3월 대비

수학 영역

네이버 카페 [포만한] & 오르비 닉네임 아는 사람

1. 시행일 : 2015년 3월 11일 (목)

2. 대상 : 고등학교 1학년

3. 전국 응시인원 : 343,947 명

4. 평균 / 표준편차 : 49.5 점 / 23.51

5. 등급컷

등급	원점수	표준점수	백분위
만점	100	143	99
1 등급	92	136	96
2 등급	82	128	89
3 등급	69	117	77
4 등급	55	105	60
5 등급	41	93	41
6 등급	29	83	24
7 등급	20	75	11
8 등급	14	70	4

〔출처〕 메가스터디

4. 오답률 순위

순위	문항	정답률
1 위	30 번	24%
2 위	21 번	46%
3 위	20 번	49%
4 위	19 번	50%
5 위	27 번	51%

〔출처〕 메가스터디

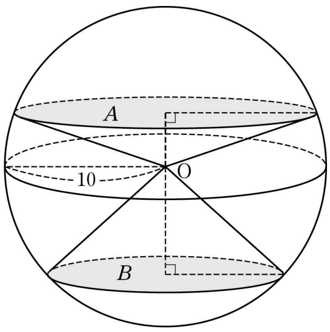
5. 문항별 난이도

난이도		문항	총 배점
최상	정답률 30% 미만	30	4
상	정답률 30 ~ 49%	20, 21	8
중상	정답률 50 ~ 59%	14, 19, 25 26, 27, 29	23
중	정답률 60 ~ 79%	6, 9, 11, 12, 13 15, 16, 17, 18, 28	35
중하	정답률 80 ~ 89%	5, 7, 8, 10 23, 23, 24	18
하	정답률 90 ~ 100%	1, 2, 3, 4, 22	12

〔출처〕 메가스터디

2015학년도 고1 3월 모의고사 30번

30. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가 10인 구에서 평행한 두 평면으로 구를 잘랐을 때 생기는 단면을 각각 A, B라 하자. 이때 점 O가 꼭짓점이고 두 단면 A, B를 각각 밑면으로 하는 두 원뿔의 높이의 비는 $1:2$이고, 밑면의 넓이의 비는 $41:14$이다. 두 원뿔의 부피의 합이 $k\sqrt{2}\pi$일 때, k의 값을 구하시오. [4점]



문제분석

- 내용영역
  - ① 중학교 1학년
    - Ⅴ. 기하
      - 4. 입체도형의 성질
  - ② 중학교 3학년
    - Ⅰ. 수와 연산
      - 1. 제곱근과 실수
    - Ⅴ 기하
      - 1. 피타고라스 정리

- 행동영역 : 내적문제해결능력
  (두 가지 이상의 수학적 개념・원리・법칙의 관련성을 파악하고 종합하여 문제를 해결하는 능력)

★ 문제해결 사고과정

(1) 단면화를 이용하여 직각삼각형에서의 피타고라스 정리를 사용한다.

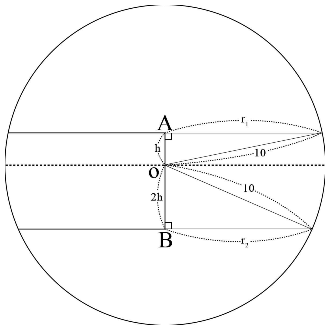
(2) 주어진 밑면의 넓이의 비를 이용하여 원뿔의 높이와 밑면의 반지름을 구한다.

(3) 원뿔의 부피 구하는 공식을 이용하여 두 원뿔의 부피의 합을 구한다.

문제풀이

(1) 단면화를 이용하여 직각삼각형에서의 피타고라스 정리를 사용한다.

(풀이)
두 단면 A, B를 각각 밑변으로 하는 두 원뿔의 높이의 비가 $1:2$라고 했으므로 각각의 높이를 h, $2h$라 하고, 각각의 밑면의 반지름을 r_1, r_2라 하자.



모든 길이가 정의가 되었으므로, 위의 단면도를 보면 두 개의 직각삼각형을 찾을 수 있다. 이를 피타고라스 정리를 이용하여 식을 구하면 $\begin{cases} h^2+r_1^2=100 \\ 4h^2+r_2^2=100 \end{cases}$ 이다.

---

(2) 주어진 밑면의 넓이의 비를 이용하여 원뿔의 높이와 밑면의 반지름을 구한다.

(풀이)
두 단면 A, B의 넓이의 비가 $41:14$가 했으므로 이를 이용하여 비례식을 써보면 $\pi r_1^2 : \pi r_2^2 = 41:14$ 이다. (1)에서 구한 식을 이용하여 비례식에 대입하면 $100-h^2 : 100-4h^2 = 41:14$ 이다.
이 식을 풀어 계산하면 $h^2=18$ 임을 알 수 있다.
따라서 단면 A를 밑면으로 하는 원뿔의 높이와 밑면의 반지름이 각각 $3\sqrt{2}$, $\sqrt{82}$ 이고, 단면 B를 단면으로 하는 원뿔의 높이와 밑면의 반지름이 각각 $6\sqrt{2}$, $2\sqrt{7}$ 임을 알 수 있다.

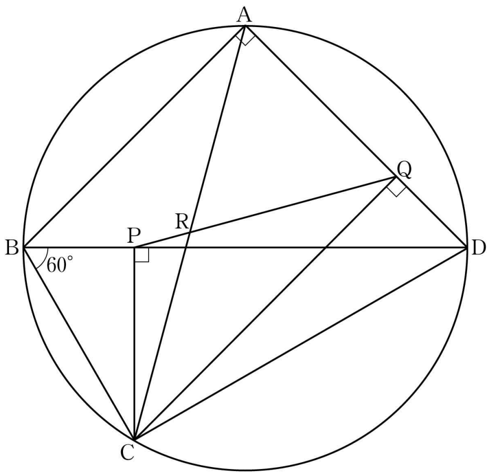
---

(3) 원뿔의 부피 구하는 공식을 이용하여 두 원뿔의 부피의 합을 구한다.

(풀이)
단면 A를 밑면으로 하는 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3}\pi\times r_1^2\times h = 82\sqrt{2}\pi$
이고, 단면 B를 밑면으로 하는 원뿔의 부피는
$\frac{1}{3}\pi\times r_2^2\times 2h = 56\sqrt{2}\pi$ 이므로 두 원뿔의 부피의 합은 $138\sqrt{2}\pi$
이므로 구하고자 하는 k값은 138임을 알 수 있다.

2015학년도 고1 3월 모의고사 21번

21. 그림과 같이 사각형 ABCD 는 반지름의 길이가 4 인 원에 내접한다. 삼각형 ABD 는 직각이등변삼각형이고, $\angle \mathrm{CBD} = 60°$ 이다. 점 C 에서 두 선분 BD , AD 에 내린 수선의 발을 각각 P , Q 라 하고 두 선분 AC 와 PQ 가 만나는 점을 R 라 하자. 선분 QR 의 길이는? [4점]



① $\sqrt{2}+2$　　② $\sqrt{2}+\sqrt{5}$　　③ $\sqrt{2}+\sqrt{6}$
④ $\sqrt{3}+\sqrt{5}$　　⑤ $\sqrt{3}+\sqrt{6}$

문제분석

- 내용영역 : 중학교 3학년
  Ⅱ. 문자와 식
  2. 이차방정식
  Ⅴ. 기하
  1. 피타고라스 정리
  2. 삼각비
  3. 원의 성질

- 행동영역 : 내적문제해결능력
  (두 가지 이상의 수학적 개념・원리・법칙의 관련성을 파악하고 종합하여 문제를 해결하는 능력)

★ 문제해결 사고과정

(1) 원의 성질과 원주각을 이용하여 각을 구하고 직각삼각형을 찾는다.

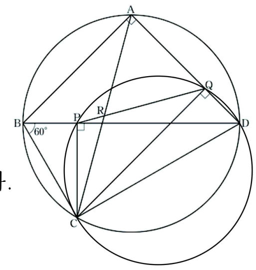
(2) 선분 QR 을 구하기 위해 피타고라스 정리를 이용한다.

(3) 근의 공식을 이용하여 구하고자 하는 값을 구한다.

문제풀이

(1) 원의 성질과 원주각을 이용하여 각을 구하고 직각삼각형을 찾는다.

(풀이)



호 CD 를 원주로 하는 원주각 $\angle \mathrm{CBD} = \angle \mathrm{CAD} = 60°$ 임을 알 수 있다. 삼각형 BCD 가 직각 삼각형이므로 $\angle \mathrm{BDC} = 30°$ 임을 알 수 있다. 이때 사각형 PCDQ 가 그림과 같이 새로운 외접원을 가질 수 있다. 호 PC를 원주로 하는 원주각 $\angle \mathrm{BDC} = \angle \mathrm{PQC} = 30°$ 이 같음을 알 수 있다. 따라서 $\angle \mathrm{AQR} = 60°$ 이므로 삼각형 ARQ 는 정삼각형임을 알 수 있다. $\overline{\mathrm{AR}} = \overline{\mathrm{QR}} = \overline{\mathrm{AQ}}$ 이고 직각삼각형의 성질에 의하여 점 R이 직각삼각형 ACQ의 외심임을 알 수 있다.

---

(2) 선분 QR 을 구하기 위해 피타고라스 정리를 이용한다.

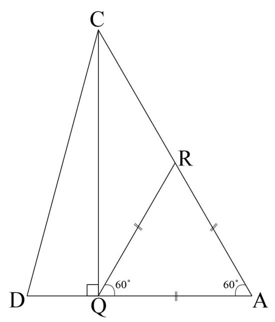
(풀이)

$\overline{\mathrm{AR}} = \overline{\mathrm{QR}} = \overline{\mathrm{AQ}} = x$ (단, $x > 0$) 라고 할 때, 선분 CQ는 $\sqrt{3}x$ 이고, 반지름이 4 임을 이용하면 선분 CD는 $4\sqrt{3}$, 선분 AD가 $4\sqrt{2}$ 이므로 선분 DQ는 $4\sqrt{2}-x$ 이다. 따라서 직각삼각형 CDQ에서 피타고라스 정리를 이용할 수 있다.

$(\sqrt{3}x)^2 + (4\sqrt{2}-x)^2 = (4\sqrt{3})^2$

$4x^2 - 8\sqrt{2}x - 16 = 0$

$x^2 - 2\sqrt{2}x - 4 = 0$



---

(3) 근의 공식을 이용하여 구하고자 하는 값을 구한다.

(풀이)

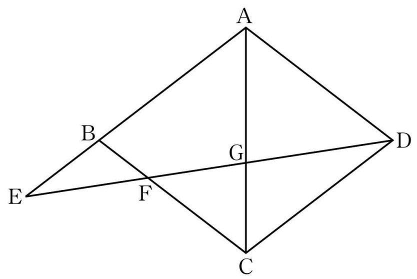
$x^2 - 2\sqrt{2}x - 4 = 0$ 에서 근의 공식을 이용하면

$x = \sqrt{2} \pm \sqrt{2+4} = \sqrt{2} \pm \sqrt{6}$ 이다. x는 항상 양수이므로

$x = \sqrt{2} + \sqrt{6}$ 임을 알 수 있다.

2015학년도 고1 3월 모의고사 20번

20. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 2$ 인 평행사변형 ABCD 가 있다. 변 AB 의 연장선 위에 $\overline{BE} = 1$ 이 되도록 점 E 를 잡고, 선분 ED 가 두 선분 BC, AC 와 만나는 점을 각각 F, G 라 하자.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. $\overline{BF} : \overline{AD} = 1 : 3$

ㄴ. $\overline{FG} : \overline{GD} = 5 : 7$

ㄷ. $\triangle GFC : \triangle ACD = 4 : 15$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

문제분석

- 내용영역 : 중학교 2학년
  Ⅴ. 기하
  3. 닮음의 활용

- 행동영역 : 연역적 추론능력
  (수학의 개념・원리・법칙을 이용하여 참인 성질을 이끌어 내거나 주어진 명제의 참・거짓을 판별하는 능력)

★ 문제해결 사고과정

(1) ㄱ. 닮음인 삼각형을 찾아서 닮음비를 적용한다.

(2) ㄴ. 닮음인 삼각형을 찾아서 닮음비를 적용한다.

(3) ㄷ. 높이가 같은 삼각형에서 밑변의 비가 넓이의 비와 같음을 알고 닮음비를 알 때 두 삼각형의 넓이의 비를 구한다.

문제풀이

(1) ㄱ. 닮음인 삼각형을 찾아서 닮음비를 적용한다.
(풀이)
선분 BC와 선분 AD가 평행이므로 삼각형 BEF와 삼각형 AED가 닮음이다. 닮음비를 이용하면 $\overline{BE}:\overline{AE}=\overline{BF}:\overline{AD}$ 이므로 $\overline{BF}:\overline{AD}=1:3$ 이다. 따라서 $\overline{BF}=\frac{4}{3}$ 이다.

---

(2) ㄴ. 닮음인 삼각형을 찾아서 닮음비를 적용한다.
(풀이)
선분 BC와 선분 AD가 평행이므로 삼각형 CFG와 삼각형 ADG가 닮음이다. 닮음비를 이용하면 $\overline{FG}:\overline{GD}=\overline{CF}:\overline{AD}$ 이므로 $\overline{FG}:\overline{GD}=\frac{4}{3}:2=2:3$ 이다.

---

(3) ㄷ. 높이가 같은 삼각형에서 밑변의 비가 넓이의 비와 같음을 알고 닮음비를 알 때 두 삼각형의 넓이의 비를 구한다.
(풀이)
삼각형 GFC와 삼각형 GCD는 높이가 같고 밑변의 비가 $\overline{FG}:\overline{GD}=2:3$ 이므로 넓이의 비 또한 $\triangle GFC:\triangle GCD=2:3$ 이다. 따라서 $\triangle GCD=\frac{3}{2}\triangle GFC$ 이다.
삼각형 GFC와 삼각형 GDA는 서로 닮음이고 그 닮음비가 $2:3$ 이다. 따라서 넓이의 비는 $4:9$ 이다. 그러므로 $\triangle GFC:\triangle GDA=4:9$ 이므로 $\triangle GDA=\frac{9}{4}\triangle GFC$ 이다.

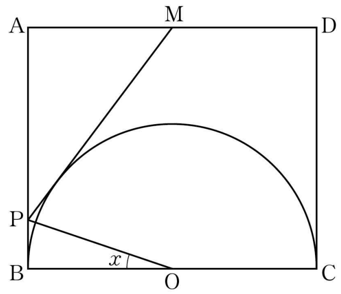
$\triangle ACD=\triangle GCD+\triangle GDA=\frac{3}{2}\triangle GFC+\frac{9}{4}\triangle GFC=\frac{15}{4}\triangle GFC$

이므로 $\triangle GFC:\triangle ACD=4:15$ 이다.

※ **닮음비(길이의 비) & 넓이의 비 & 부피의 비**
① 닮음비(길이의 비) $=a:b$
② 넓이의 비 $=a^2:b^2$
③ 부피의 비 $=a^3:b^3$

2015학년도 고1 3월 모의고사 19번

19. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=6$인 직사각형 ABCD와 선분 BC를 지름으로 하고 중심이 O인 반원이 있다. 선분 AD의 중점 M에서 이 반원에 그은 접선이 선분 AB와 만나는 점을 P라 하자. $\angle POB=\angle x$일 때, $\sin x$의 값은? [4점]



① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

문제분석

· 내용영역
① 중학교 1학년
Ⅱ. 문자와 식
2. 일차 방정식
② 중학교 3학년
Ⅴ. 기하
1. 피타고라스 정리
2. 삼각비
3. 원의 성질

· 행동영역 : 내적문제해결능력
(두 가지 이상의 수학적 개념・원리・법칙의 관련성을 파악하고 종합하여 문제를 해결하는 능력)

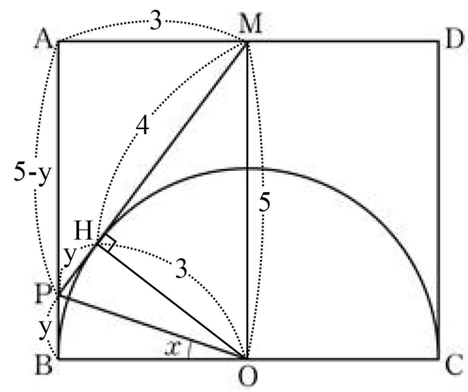
★ 문제해결 사고과정
(1) 원과 접선의 성질을 이용하여 직각삼각형을 찾는다.

(2) 피타고라스 정리를 이용하여 구하고자 하는 길이를 구한다.

(3) 삼각비를 이용하여 $\sin x$의 값을 구한다.

문제풀이

(1) 원과 접선의 성질을 이용하여 직각삼각형을 찾는다.
(풀이)
중심이 O인 반원과 선분 MP가 접하는 점을 H라 할 때, 삼각형 MPO가 직각삼각형이라는 것을 알 수 있다. 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{MH}=4$임을 알 수 있다. 이때 선분 BP를 y라 하면 선분 PH 또한 원의 접선의 성질에 의해 y가 된다. 이로써 두 변에 미지수를 포함한 직각삼각형 APM을 찾을 수 있다.



---

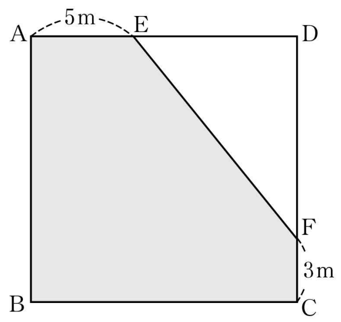
(2) 피타고라스 정리를 이용하여 구하고자 하는 길이를 구한다.
(풀이)
직각삼각형 APM에서 피타고라스 정리를 이용하면
$3^2+(5-y)^2=(y+4)^2$
$y^2-10y+36=y^2+8y+16$
$18y=18$ $\therefore y=1$ 임을 구할 수 있다.

---

(3) 삼각비를 이용하여 $\sin x$의 값을 구한다.
(풀이)
삼각형 PBO에서 $\overline{PB}=1$, $\overline{OB}=3$ 이므로 피타고라스 정리에 의해 $\overline{OP}=\sqrt{10}$ 임을 구할 수 있다. 따라서 구하고자 하는
$\sin x=\frac{\overline{PB}}{\overline{OP}}=\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$ 이다.

2015학년도 고1 3월 모의고사 27번

27. 그림은 어느 지역에 있는 토지를 정사각형 ABCD로 나타낸 것이다. 변 AD 위에 $\overline{AE}=5\text{m}$가 되는 점 E와 변 CD 위에 $\overline{CF}=3\text{m}$가 되는 점 F를 일직선으로 연결한 경계선을 만들었다. 오각형 ABCFE의 넓이가 129m^2일 때, 정사각형 ABCD의 넓이는 $a\text{m}^2$이다. a의 값을 구하시오. [4점]



문제분석

· 내용영역 : 중학교 3학년
Ⅱ. 문자와 식
2. 이차방정식

· 행동영역 : 이해능력
(주어진 문제 상황을 수학적으로 표현하는 능력)

★ 문제해결 사고과정

(1) 정사각형 한 변의 길이를 미지수로 놓는다.

(2) 정사각형에서 삼각형을 뺀 넓이를 미지수를 이용하여 식으로 나타낸다.

(3) 이차방정식의 풀이를 이용하여 해를 구한다.

문제풀이

(1) 정사각형 한 변의 길이를 미지수로 놓는다.
(풀이)
정사각형의 한 변의 길이를 x라 하자.
그러므로 두 선분 DE와 DF의 길이는 $\overline{DE}=x-5$, $\overline{DF}=x-3$ 이다.

---

(2) 정사각형에서 삼각형을 뺀 넓이를 미지수를 이용하여 식으로 나타낸다.
(풀이)
정사각형의 넓이 $=x^2$
$\triangle$DEF의 넓이 $=\frac{1}{2}(x-5)(x-3)$
정사각형에서 삼각형을 뺀 넓이가 오각형 ABCFE의 넓이이므로
$x^2-\frac{1}{2}(x-5)(x-3)=129$ 이다.

---

(3) 이차방정식의 풀이를 이용하여 해를 구한다.
(풀이)
$x^2-\frac{1}{2}(x-5)(x-3)=129$
$2x^2-(x^2-8x+15)=258$
$x^2+8x-273=0$
$(x+21)(x-13)=0$
$\therefore x=13$ (단, $x>0$)
따라서 구하고자하는 정사각형의 넓이는 169m^2 이므로 a의 값은 169이다.