

제2교시

수학영역

2023년 교육청 10월 3

2023년 교육청 10월 7

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$S_7 - S_4 = 0, S_6 = 30$$

이다. a_2 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10
- ④ 12 ⑤ 14

$$S_7 - S_4 = a_5 + a_6 + a_7 = 0 \quad \therefore a_6 = 0$$

$$\frac{6(a_1 + a_6)}{2} = 30, a_1 = 10 \quad \begin{matrix} \nearrow \\ d = -10 \\ d = -2 \end{matrix}$$

$$a_2 = a_1 - 2 = 8$$

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 2인 등비수열 $\{b_n\}$ 이

$$a_2 = b_2, a_4 = b_4$$

를 만족시킬 때, $a_1 + b_1$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

$$a_2 = b_2$$

$$a_4 = a_2 + 6$$

$$b_4 = 4 \cdot b_2 = 4a_2$$

$$a_4 = b_4, 4a_2 = a_2 + 6$$

$$a_2 = 2, b_2 = 2$$

$$a_1 = -1, b_1 = 1$$

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$S_4 - S_2 = 3a_4, a_5 = \frac{3}{4}$$

일 때, $a_1 + a_2$ 의 값은?

- ① 27
- ② 24
- ③ 21
- ④ 18
- ⑤ 15

$$a \left(\frac{r^4 - 1}{r - 1} - \frac{r^2 - 1}{r - 1} \right) = 3ar^3$$

$$a \left(\frac{r^4 - r^2}{r - 1} \right) = ar^2(r+1) = 3ar^3$$

$$r = \frac{1}{2} \quad a_1 + a_2 = \frac{3}{2}a_1$$

$$a_1 = \frac{3}{4} \times 2^4 = 12 \quad 12 \times \frac{3}{2} = 18$$

a_5

4. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$|a_6| = a_8, \sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{5}{96}$$

일 때, $\sum_{k=1}^{15} a_k$ 의 값은?

- ① 60
- ② 65
- ③ 70
- ④ 75
- ⑤ 80

$$|a_6| = a_8 \rightarrow \frac{a_6 + a_8 = 0}{a_7 = 0} \text{ or } a_6 = a_8$$

$$\sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \sum_{k=1}^5 \frac{1}{a_{k+1} - a_k} \left(\frac{1}{a_k} - \frac{1}{a_{k+1}} \right)$$

$$= \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_6} \right) = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{a_7 - 6d} - \frac{1}{a_7 - d} \right) = \frac{1}{d} \times \frac{5}{6d}$$

$$\frac{5}{6d^2} = \frac{5}{96} \quad d = 4$$

$$\sum_{k=1}^{15} a_k = 15a_8 = 60$$

2024학년도 평가원 6월 12

2023년 교육청 4월 20

5. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1}$ ($n \geq 1$)이라 하고,

두 집합 A, B 를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은?

- ① 30 ② 34 ③ 38
- ④ 42 ⑤ 46

$$A = \{ \overset{a_1}{-4-d}, \overset{a_2}{-4}, \overset{a_3}{-4+d}, \overset{a_4}{-4+2d}, \overset{a_5}{-4+3d} \}$$

$$B = \{ \underset{b_1}{-8-d}, \underset{b_2}{-8+d}, \underset{b_3}{-8+3d}, \underset{b_4}{-8+5d}, \underset{b_5}{-8+7d} \}$$

$$\left. \begin{array}{l} -8+d = -4-d \quad d=2 \\ \text{or} \\ -8+3d = -4-d \quad d=1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_{20} = a_2 + 18d \\ = 14 \text{ or } 32 \end{array}$$

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. S_n 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{13} 의 값을 구하시오.

- (가) S_n 은 $n=7, n=8$ 에서 최솟값을 갖는다.
- (나) $|S_m| = |S_{2m}| = 162$ 인 자연수 m ($m > 8$)이 존재한다.

최솟값 조건 $\rightarrow a_7 < 0, a_8 = 0, a_7 + d = 0$

$$S_n = \frac{1}{2}n \{ 2a_1 + (n-1)d \}$$

$$= \frac{1}{2}n (nd - 17d) = \frac{1}{2}dn(n-17)$$

$$\left| \frac{1}{2}dn(m-17) \right| = \left| \frac{1}{2}d \times 2m(2m-17) \right| = 162$$

$$|(m-17)| = |4m-30|$$

$$m=17 \text{ or } m=9 \quad \therefore m=9 \quad (m > 8)$$

$$\left| \frac{1}{2} \times d \times 9 \times -6 \right| = 162 \quad d = +6$$

$$a_{13} = a_8 + 5d = 30$$

2024학년도 평가원 9월 21

7. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. a_7 이 13의 배수이고

$\sum_{k=1}^7 S_k = 644$ 일 때, a_2 의 값을 구하시오.

$$S_n = \frac{n}{2} \{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{1}{2}dn^2 + \frac{2a-d}{2}n$$

$$\sum_{n=1}^7 S_n = \sum_{n=1}^7 \left(\frac{1}{2}dn^2 + \frac{2a-d}{2}n \right)$$

$$= \frac{1}{2}d \times \frac{7 \times 8 \times 15}{6} + \frac{(2a-d)}{2} \times \frac{7 \times 8}{2}$$

$$= 70d + 14(2a-d) = 644$$

$$a + 2d = 23$$

$a + 6d = 13$ 의 배수, a 와 d 모두 자연수

$$\therefore a + 6d = 39 \quad a = 15 \quad d = 4$$

$$a_2 = 19$$

2023년 교육청 3월 10

8. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은?

$$(가) |a_4| + |a_6| = 8$$

$$(나) \sum_{k=1}^9 a_k = 27$$

- ① 21 ② 23 ③ 25
④ 27 ⑤ 29

$$\sum_{k=1}^9 a_k = 9a_5 = 27 \quad a_5 = 3$$

$$|3-d| + |3+d| = 8 \quad d = 4$$

$$a_{10} = a_5 + 5d = 23$$

2023년 교육청 7월 12

2024학년도 평가원 6월 9

9. 모든 항이 정수이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{k=1}^{2m+1} a_k < 0$
 (나) $|a_m| + |a_{m+1}| + |a_{m+2}| < 13$

24 < a_{21} < 29일 때, m 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

$$\sum_{k=1}^{2m+1} a_k = (2m+1)a_{m+1} < 0$$

$$\rightarrow a_{m+1} < 0$$

Let $a_{m+1} = k,$

$$|a_m| + |a_{m+1}| + |a_{m+2}| = |k-5| + |k| + |k+5|$$

$$= -k+5 - k + |k+5| < 13$$

i) $k+5 \leq 0 \rightarrow -3k < 13$
 $-\frac{13}{3} < k, k \leq -5 \rightarrow$ 모순

ii) $k+5 \geq 0 \rightarrow -3 < k$
 $\therefore k = a_{m+1} = -1 \text{ or } -2$

$a_{m+1} = -1$ 일 때 a_n 나열시
 -1 4 9 ... 24 29
 24 < a_{21} < 29 불만족

$\rightarrow a_{m+1} = -2$
 $a_{21} = 28$ $m = 14$

10. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} = n^2 + 2n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?

- ① $\frac{10}{21}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{2}{3}$
 ④ $\frac{16}{21}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{(2k-1)a_k} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{(2k-1)a_k} = (2n+1)$$

$$\frac{1}{(2n-1)a_n} = (2n+1) \quad a_n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$$

$$\sum_{n=1}^{10} a_n = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{10} \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{21} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{10}{21}$$

2024년 교육청 10월 11

11. 모든 항이 자연수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_5 - b_5 = a_6 - b_7 = 0$$

이다. $a_7 = 27$ 이고 $b_7 \leq 24$ 일 때, $b_7 - a_1$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

$$d_1 \left(\begin{array}{l} a_5 = b_5 \\ a_6 = b_7 \end{array} \right) \rightarrow \begin{array}{l} d_1 = 2d_2 \\ d_2 = 2d_1 \end{array} \rightarrow d_1 = 2d_1 \rightarrow d_1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} b_7 = 27 - d_1 \leq 24 \\ a_1 = 27 - 6d_1 > 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \leq d_1 \\ d_1 < \frac{27}{6} \end{array} \rightarrow d_1 = 3, 4$$

$$d_1 = 4 \quad a_1 = 3 \quad b_1 = b_7 - 6d_2 \\ = 23 - 12 = 11$$

$$b_1 - a_1 = 8$$

2024년 교육청 10월 6

12. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$4(S_4 - S_2) = S_6 - S_4, \quad a_3 = 12$$

일 때, S_3 의 값은?

① 18

② 21

③ 24

④ 27

⑤ 30

$$4a \left(\frac{r^4 - 1}{r - 1} - \frac{r^2 - 1}{r - 1} \right) = a \left(\frac{r^6 - 1}{r - 1} - \frac{r^4 - 1}{r - 1} \right)$$

$$4(r^4 - r^2) = (r^6 - r^4) \quad 4 = r^2$$

$$r = 2 \quad \underline{a_3 = 12 \quad a_2 = 6 \quad a_1 = 3}$$

$$S_3 = 21$$

2024년 교육청 3월 11

2025학년도 평가원 11월 12

13. 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_6 = -2, \sum_{k=1}^8 |a_k| = \sum_{k=1}^8 a_k + 42$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은?

- ① 40 ② 44 ③ 48
 ④ 52 ⑤ 56

$$\sum_{k=1}^8 |a_k| - a_k = 42 \rightarrow (a_1 \rightarrow a_8 \text{ 중 } \frac{0 < \text{합} < -2)$$

14. $a_1 = 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 = 2$ 인 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}} = \frac{1}{2}n^2$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은?

- ① 120 ② 125 ③ 130
 ④ 135 ⑤ 140

$$\frac{a_1}{b_2} = \frac{1}{2} \therefore b_2 = 4, b_n = 2n$$

i) $a_5 < 0 \rightarrow d = -1$
 $\rightarrow \frac{0 < \text{합} < -2$

ii) $a_5 \geq 0 \rightarrow a_6 + a_7 + a_8 = -21$
 $a_7 = -7 \quad d = -5$

$$\sum_{k=1}^8 a_k = 8a_{4.5} = (a_7 - 2.5d) \times 8 = 5.5 \times 8 = 44$$

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{a_k}{b_{k+1}} = \frac{1}{2}(2n-1) = \frac{a_n}{b_{n+1}}$$

$$a_n = \frac{1}{2}(2n-1)(2n+2) = 2n^2 + n - 1$$

$$\sum_{k=1}^5 a_k = \frac{5 \times 6 \times 11}{6} \times 2 + \frac{5+6}{2} \times 5 = 120$$

2025학년도 평가원 9월 12

2024년 교육청 7월 11

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} a_k$$

를 만족시킨다. $b_2 = -2$, $b_3 + b_7 = 0$ 일 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제9항까지의 합은?

- ① -22 ② -20 ③ -18
- ④ -16 ⑤ -14

i) $n = 2k$ ($k=2$ 번씩)

$$b_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 \cdots a_{2k-1} - a_{2k}$$

$$= -kd$$

ii) $n = 2k-1$

$$b_n = a_1 - a_2 \cdots + a_{2k-1}$$

$$= -(k-1)d + a_{2k-1} = a + (k-1)d$$

$$b_2 = -d = -2 \quad b_3 = a+d \quad b_7 = a+3d$$

$$\therefore d=2 \quad a=-4$$

$$\sum_{k=1}^9 b_k = \sum_{k=1}^5 b_{2k-1} + \sum_{k=1}^4 b_{2k}$$

$$= \sum_{k=1}^5 -4+2(k-1) + \sum_{k=1}^4 -2k$$

$$= -20$$

16. 공차가 d ($0 < d < 1$)인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) a_5 는 자연수이다.
- (나) 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_8 = \frac{68}{3}$ 이다.

a_{16} 의 값은?

- ① $\frac{19}{3}$ ② $\frac{77}{12}$ ③ $\frac{13}{2}$
- ④ $\frac{79}{12}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

$$S_8 = 8(a_{4.5}) = \frac{68}{3}$$

$$a_{4.5} = \frac{17}{6} \quad \frac{17}{6} + \frac{1}{2}d = a_5 \quad (\text{2번씩})$$

$$\therefore d = \frac{1}{3} \quad a_{16} = a_5 + 11d = 3 + \frac{11}{3}$$

2024년 교육청 5월 11

17. 공차가 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 과 자연수 m ($m \geq 3$)이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1 - b_1| = 5$
 (나) $a_m = b_m$, $a_{m+1} < b_{m+1}$

$\sum_{k=1}^m a_k = 9$ 일 때, $\sum_{k=1}^m b_k$ 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2

Let $C_n = a_n - b_n$ (등차수열)

(가) $C_1 = \pm 5$ (공차음수이기여 $C_1 < 0$)

(나) $C_m = 0$, $C_{m+1} < 0$

a_n, b_n 모두 공차가 정수

$\rightarrow C_n$ 도 공차 정수

$C_1 + (m-1)d = 0$ $(m-1)d = -5$ (m, d 모두 정수)

$\{m, d\} = \{2, -5\}$ or $\{6, -1\}$

$\therefore m = 6$

$$\sum_{n=1}^6 a_n - b_n = \sum_{n=1}^6 C_n = \frac{C_1 + C_6}{2} \times 6$$

$$= 15$$

$\therefore \sum_{n=1}^m b_n = \sum_{n=1}^6 b_n = -6$

빠른 정답

1. [정답] ②
2. [정답] ③
3. [정답] ④
4. [정답] ①
5. [정답] ⑤

6. [정답] 30
7. [정답] 19
8. [정답] ②
9. [정답] ③
10. [정답] ①

11. [정답] ③
12. [정답] ②
13. [정답] ②
14. [정답] ①
15. [정답] ②

16. [정답] ⑤
17. [정답] ①