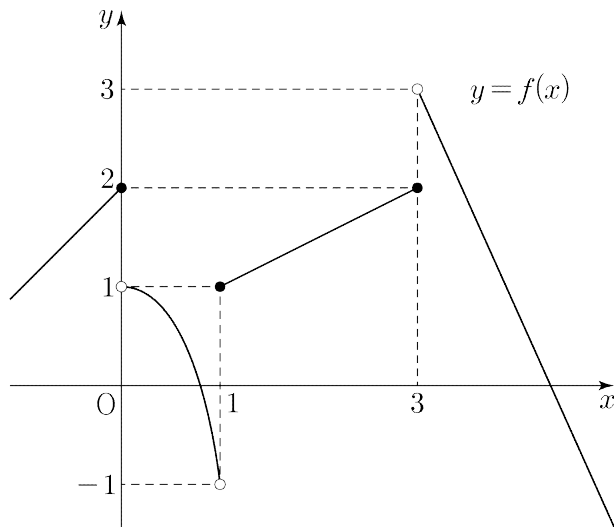


수학 영역

1. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} |f(x)|$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

1) 정답 ④

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow 1^+} |f(x)| = 1 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1} |f(x)| = 6$$

2. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow -2} \{(x+2)f(x) - (2x+1)\} = 8,$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left\{ \frac{g(x)}{3x+6} + \frac{3}{\sqrt{2x^2+1}} \right\} = 5$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)g(x)$ 의 값을 구하시오.

2) 정답 60

$$\lim_{x \rightarrow -2} \{(x+2)f(x) - (2x+1)\} = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x+2)f(x) - \lim_{x \rightarrow -2} (2x+1) = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} (x+2)f(x) + 3 = 8$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} (x+2)f(x) = 5 \quad \dots \textcircled{\ominus}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \left\{ \frac{g(x)}{3x+6} + \frac{3}{\sqrt{2x^2+1}} \right\} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{3x+6} + \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3}{\sqrt{2x^2+1}} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{3(x+2)} + 1 = 5$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{x+2} = 12 \quad \dots \textcircled{\omin�}$$

①과 ②에 의하여 구하는 값은

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \left\{ (x+2)f(x) \times \frac{g(x)}{x+2} \right\}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -2} (x+2)f(x) \times \lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{x+2}$$

$$= 5 \times 12 = 60$$

3. 함수 $f(x)$ 가 $x > 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{2x^2 - 3x - 1}{5x + 3} < (x-1)f(x) < \frac{2(x+2)(x+4)}{5x-2}$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - xf(x)}{2x + (x+1)f(x)}$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{11}{12}$ ⑤ $\frac{13}{12}$

3) 정답 ⑤

함수 $f(x)$ 가 $x > 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{2x^2 - 3x - 1}{5x + 3} < (x-1)f(x) < \frac{2(x+2)(x+4)}{5x-2}$$

를 만족시키므로 양변을 $x-1$ 로 나누면

$$\frac{2x^2 - 3x - 1}{(5x+3)(x-1)} < f(x) < \frac{2(x+2)(x+4)}{(5x-2)(x-1)}$$

이때

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 1}{(5x+3)(x-1)} = \frac{2}{5}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2(x+2)(x+4)}{(5x-2)(x-1)} = \frac{2}{5}$$

이므로 극한의 대소 관계에 의하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{2}{5}$$

따라서 구하는 값은

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - xf(x)}{2x + (x+1)f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - f(x)}{2 + \frac{(x+1)f(x)}{x}}$$

$$= \frac{3 - \frac{2}{5}}{2 + \frac{2}{5}} = \frac{13}{12}$$

4. 2가 아닌 상수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow -1} |f(x)| = \lim_{x \rightarrow -1} (2x+a)f(x) = 4$$

를 만족시킬 때, 모든 a 의 값의 합은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4) 정답 ②

$$\lim_{x \rightarrow -1} |f(x)| = 4 \text{ 에서 } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4 \text{ 또는 } \lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -4$$

(i) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow -1} (2x+a)f(x) = 4$$

$$(-2+a) \times 4 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

(ii) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -4$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow -1} (2x+a)f(x) = 4$$

$$(-2+a) \times (-4) = 4$$

$$\therefore a = 1$$

(i)과 (ii)에 의하여 $a=3$ 또는 $a=1$ 이므로 모든 a 의 값의 합은 4이다.

5. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - f(x)}{x+1} = -4, \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 3}{x+1} = a$$

를 만족시킬 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5) 정답 ②

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - f(x)}{x+1} = -4$ 에서 다항함수 $x^2 - f(x)$ 는 최고차항의 계수가 -4 인 일차함수이므로

$$\begin{aligned} x^2 - f(x) &= -4x + b \\ f(x) &= x^2 + 4x - b \quad (\text{단, } b \text{는 상수}) \end{aligned}$$

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 3}{x+1} = a$ 에서 $x \rightarrow -1$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow -1} \{f(x) - 3\} = f(-1) - 3 = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore f(-1) &= 3 \\ f(-1) &= 1 - 4 - b = 3 \\ \therefore b &= -6 \end{aligned}$$

따라서 $f(x) = x^2 + 4x + 6$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - 3}{x+1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 4x + 3}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+3)}{x+1} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} (x+3) = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore a = 2$$

6. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + g(x)}{\{f(x)\}^2 + 2x^2g(x)} \text{의 값은? } 0$$

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 + 3xf(x) + 3xg(x) - \{g(x)\}^2 = 0$$

이다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1, g(1) > 1$

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

6) 정답 ①

조건 (가)에서 모든 실수 x 에 대하여

$$\begin{aligned} &\{f(x)\}^2 + 3xf(x) + 3xg(x) - \{g(x)\}^2 \\ &= \{f(x) + g(x)\}\{f(x) - g(x) + 3x\} \end{aligned}$$

이므로 $f(x) + g(x) = 0$ 또는 $f(x) - g(x) = -3x$ 이다.

조건 (나)에서 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = -1$ 이고 $g(1) > 1$ 이므로

$f(1) + g(1) > 0$ 이다.

$x = 1$ 에서 $f(1) + g(1) \neq 0$ 이므로 조건 (가)에 의하여

$$\begin{aligned} f(1) - g(1) &= -3 \\ \therefore g(1) &= 2 \end{aligned}$$

따라서 구하는 값은

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + g(x)}{\{f(x)\}^2 + 2x^2g(x)} = \frac{-1 + 2}{(-1)^2 + 2 \times 2} = \frac{1}{5}$$

7. 자연수 n 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^n} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{n-1}}{f(x)} = n$$

을 만족시킨다. $f(1) = \frac{10}{3}$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

- ① 81 ② 84 ③ 87 ④ 90 ⑤ 93

7) 정답 ②

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^n} = n$ 이므로 다항함수 $f(x)$ 의 차수와 최고차항의 계수는 모두 n 이다.

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{n-1}}{f(x)} = n$ 이므로 $f(x)$ 는 x^{n-1} 을 인수로 가지고

x^{n-1} 의 계수는 $\frac{1}{n}$ 이다.

따라서 $f(x) = nx^n + \frac{x^{n-1}}{n}$ 이고, $f(1) = \frac{10}{3}$ 이므로

$$n + \frac{1}{n} = \frac{10}{3}$$

$$3n^2 - 10n + 3 = 0$$

$$(3n-1)(n-3) = 0$$

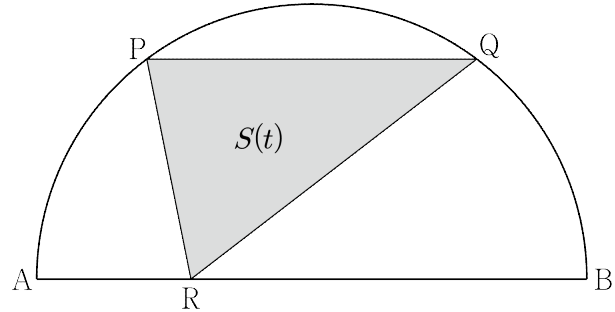
$$\therefore n = 3 \quad (\because n \text{은 자연수})$$

따라서 $f(x) = 3x^3 + \frac{x^2}{3}$ 이고 구하는 값은

$$f(3) = 81 + 3 = 84$$

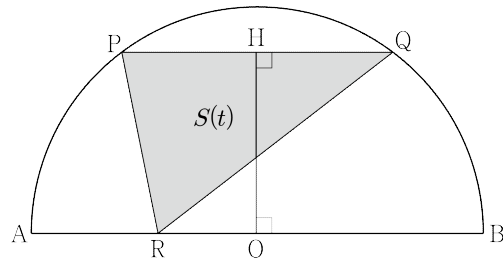
8. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB와 평행하고 길이가 t ($0 < t < 2$)인 현 PQ와 선분 AB 위의 한 점 R에 대하여 삼각형 PQR의 넓이를 $S(t)$ 라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{S(t)}{\sqrt{2-t}}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ 1

8) 정답 ⑤



선분 AB의 중점을 O라 하고, 점 O에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하면 삼각형 POH에서

$$\overline{OP} = 1, \quad \overline{HP} = \frac{t}{2}, \quad \overline{OH} = \sqrt{1 - \frac{t^2}{4}}$$

삼각형 PQR의 넓이는

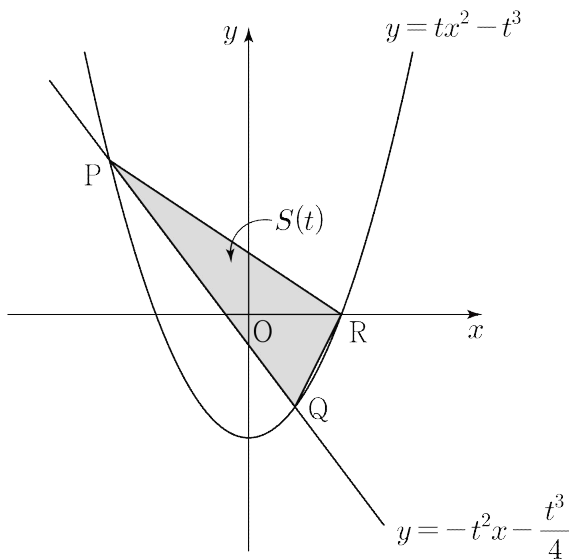
$$\begin{aligned} S(t) &= \frac{1}{2} \times \overline{PQ} \times \overline{OH} \\ &= \frac{1}{2} \times t \times \sqrt{1 - \frac{t^2}{4}} \\ &= \frac{t\sqrt{4-t^2}}{4} \end{aligned}$$

따라서

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{S(t)}{\sqrt{2-t}} &= \lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{t\sqrt{4-t^2}}{4\sqrt{2-t}} \\ &= \lim_{t \rightarrow 2^-} \frac{t\sqrt{2+t}}{4} \\ &= \frac{4}{4} = 1 \end{aligned}$$

9. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = tx^2 - t^3$ 과

직선 $y = -t^2x - \frac{t^3}{4}$ 이 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 곡선 $y = tx^2 - t^3$ 이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 R이라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. $100 \times \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^4}$ 의 값을 구하시오.



9) 정답 125

곡선 $y = tx^2 - t^3$ 과 직선 $y = -t^2x - \frac{t^3}{4}$ 이 만나는 점의 x 좌표는 방정식 $tx^2 - t^3 = -t^2x - \frac{t^3}{4}$ 의 두 실근이다.

$$tx^2 + t^2x - \frac{3}{4}t^3 = 0$$

$$x^2 + tx - \frac{3}{4}t^2 = 0 \quad (\because t > 0)$$

$$\left(x - \frac{t}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}t\right) = 0$$

따라서 두 점 P, Q의 x 좌표는 $-\frac{3}{2}t, \frac{t}{2}$ 이다.

두 점 $\left(-\frac{3}{2}t, \frac{5}{4}t^3\right), \left(\frac{t}{2}, -\frac{3}{4}t^3\right)$ 에 대하여

$$\overline{PQ} = \sqrt{\left(\frac{t}{2} + \frac{3}{2}t\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}t^3 - \frac{5}{4}t^3\right)^2}$$

$$= \sqrt{(2t)^2 + (2t^3)^2}$$

$$= t\sqrt{4 + 4t^4}$$

$$= 2t\sqrt{1 + t^4}$$

한편, 방정식 $tx^2 - t^3 = t(x^2 - t^2) = 0$ 에서 $x = t$ 또는 $x = -t$ 이므로 점 R의 좌표는 $R(t, 0)$ 이다.

점 R과 직선 $y = -t^2x - \frac{t^3}{4}$ 사이의 거리는 $\frac{5t^3}{4\sqrt{1+t^4}}$

따라서 삼각형 PQR의 넓이 $S(t)$ 는

$$S(t) = \frac{1}{2} \times 2t\sqrt{1+t^4} \times \frac{5t^3}{4\sqrt{1+t^4}} = \frac{5}{4}t^4$$

따라서 구하는 값은

$$100 \times \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{S(t)}{t^4} = 100 \times \frac{5}{4} = 125$$

10. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2 + 1} = 2$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)}$$

$f(-4) > 0$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

- ① 14 ② 18 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

10) 정답 ④

조건 (가)에 의하여

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + ax + b \quad (a, b \text{는 상수}) \quad \dots \textcircled{7}$$

조건 (나)에서 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = p$ 라 하면

$p = \frac{1}{p}$ 이므로 $p = 1$ 또는 $p = -1$ 이다.

이때 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = p$ 에서 (분모) $\rightarrow 0$ 이고 극한값이 존재하므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이어야 한다.

따라서 $f(1) = a + b + 3 = 0$. $b = -a - 3$ 이고,

$b = -a - 3$ 을 $\textcircled{7}$ 에 대입하면

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + ax - a - 3$$

$$= (x-1)(x^2 + 3x + a + 3)$$

(i) $p = 1$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x + a + 3) = a + 7 = 1$$

이므로 $a = -6$ 이고, $f(x) = (x-1)(x^2 + 3x - 3)$ 이다.

이때 $f(-4) = -5 \times (16 - 12 - 3) < 0$ 이므로 모순이다.

(ii) $p = -1$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3x + a + 3) = a + 7 = -1$$

이므로 $a = -8$ 이고, $f(x) = (x-1)(x^2 + 3x - 5)$ 이다.

이때 $f(-4) = -5 \times (16 - 12 - 5) > 0$ 이므로 조건을 만족시킨다.

(i), (ii)에 의하여 $f(x) = (x-1)(x^2 + 3x - 5)$ 이다.

따라서 구하는 값은

$$f(3) = 2 \times (9 + 9 - 5) = 26$$

이다.



모킹버드



mockingbird.co.kr

기출부터 자작 실모까지 All in One 문제은행

2~3등급 N수생인데 기출 복습하기 귀찮나요?

모킹버드에서 '기출 실모'를 무료로 풀어보세요.

2개 이상 틀린다면 아직 기출 학습이 완전하지 않은 것입니다.

그냥 일반 기출문제집을 이용하거나 EBSi 사이트 가서 프린트해도 되지 않냐구요? 네, 기출 없이 2~3등급까지 달성하셨다면 그러셔도 됩니다.

다만, 이전에 3가지를 염두에 두세요.

- (1) 교육과정 밖 문제를 혼자 거르고 풀어야 합니다.
- (2) 3모~수능 때까지 시험 범위에 차이가 존재합니다.
- (3) 이미 풀어본 문제지라면 문항 배치가 기억나서 실전 느낌이 안 듭니다.

모킹버드에서 무료로 클릭 1번으로 요즘 트렌드나 난이도에 적합한 '기출 실모'를 만나볼 수 있습니다.

실제 수능 성적표와 대조를 마친 500명의 2~3등급 N수생들, 20만건 이상의 유효 채점 데이터를 분석하였습니다. '모킹버드 기출 실모' 16회차 때, 마의 84점이 뚫리는 성적 특이점을 보였습니다.

모킹버드 기출은 수학뿐만 아니라 과탐도 서비스 중이고 무료입니다. 모킹버드 시는 끊임없이 학습합니다. 마의 84점을 뚫는데 필요한 회차수는 점점 줄고 있습니다.

모킹버드 시와 함께 기출은 24시간 내로 무료로 마무리 짓고 N제, 실모로 넘어갑시다.

좋은 자작 콘텐츠도 싸게 효율적으로 양치기 하고 싶나요?

지인선 님, 기출의 파급효과 팀을 비롯하여 시대/강대/메가 콘텐츠 팀에서 근무하였고 여러 문항 공모전에서 수상한 이력이 있는 여러 문항 제작자들이 모킹버드와 함께 하고 있습니다. '이감 수학'을 제작한 CSM17 콘텐츠도 모킹버드에서 만나볼 수 있습니다.

모킹버드 시로 N제, 실모 양치기도 더 싸고 더 효율적으로 끝내버리세요.

기파급 전과목 판매링크



cafe.naver.com/spreadeffect/5615
기파급 전과목 종이책 판매링크

기출의 파급효과 시리즈는 기출 분석서입니다. 기출의 파급효과 시리즈는 국어, 수학, 영어, 물리학1, 화학1, 생명과학1, 지구과학1, 사회·문화가 출시되었습니다.

기출의 파급효과에서는 준킬러 이상 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리합니다. '꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다. 교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 <https://cafe.naver.com/spreadeffect/15>에서 확인하시면 됩니다.