[Bluepen]2013 서강대 [1차 , 1번문제 총평]

이 문제는 제시문의 내용을 바탕으로 문제를 해결하는 유형입니다.
제시문의 내용이 , 극한값에대한 정의와 연속성의 정의, 미분가능성의 정의를 잘 담고있기 때문에
제시문 자체로도 수학공부를 하는데 있어 도움이 될것이라고 생각합니다.

제시문의 내용을 바탕으로 문제를 해결할 경우 , 제시문에서 말하는 내용을 잘 파악하고
언젠가는 써먹어야겠다는 생각을 꼭 하고 있어야 합니다. 이 문제에서도 마찬가지입니다.
문제를 풀면서 , 제시문의 내용이 언제 쓰이는지도 함께 설명해보겠습니다.

1-1은 주어진 부등식을 바탕으로 f’(x)=0 임을 증명하는 문제입니다.
제시문에 부등식이 주어져있죠? , f’(x)도 극한값을 구하는 문제에 속하는 유형인데요.

이렇게 극한값을 구하라고 할 경우에는 , sinx/x처럼 극한값을 자체적으로 구하는 유형 또는
압착정리(샌드위치의정리)를 이용해서 구하는 두가지의 유형밖에 존재하지 않습니다.

이 문제에는 부등식이 주어졌기때문에 , 샌드위치 정리를 쓰겠구나... 라는 생각을 미리 할 수 있다면 참 좋겠죠.

어쨌든 1-1문제에서 주어진 부등식을 바탕으로 도함수식으로 변형하여 쉽게 구할 수 있는문제입니다.

도함수식으로 변형을 하였지만, f’(x)=0이되는과정을 도함수식에서 설명하는 부분이
빈약한경우는 감점을 당했습니다.

1-2는 x=0에서 서로 다른 개형을 가지는 함수의 미분가능성과 연속을 묻고있는 문제입니다.
학생들이 서강대1차1번문제에서 가장 난감해 했던 문제입니다.
그 이유는 바로 x가 유리수 , 무리수일때로 나누었기 떄문인데요.
기존의 x=3일때 (처럼 숫자로 범위가 나뉘는경우)와 달랐기때문에 어떤식으로 해결해야할지 난감해 했던것같습니다.

사실 이 문제를 해결하는데 가장 좋은 방법은 , 미분가능성 부터 보이는것입니다.
만일 주어진 함수가 미분가능하다면 , 연속성은 당연하게 보일 수 있고
어짜피 미분가능성을 보여야하는 문제이기때문에 미분가능성부터 해결해보자고 생각했으면

미분가능성을 보이기위해 도함수식으로 변형해서 해결하려고 노력하다보면 실마리가 보이는 문제입니다.

-x^2<f(x)<x^2 인점을 착안하여 , 도함수식으로 변형하면 f(x)/x는 x가 0으로 수렴할때 무조건 0 이되기떄문에
미분가능성을 보일 수 있죠.

다른 풀이로는 , 좌극한이 유리수에서 다가올때 , 무리수에서 다가올때 , 우극한이 유리수에서 다가올때, 무리수에서 다가올때로
나누어 연속을 보이고 , 마찬가지방법으로 각각의 미분가능성을 보여서 푼 학생도 몇명있었습니다.
유리수와 무리수를 분리하여 문제를 풀이하기가 익숙한 유형이 아니라 불편했었을텐데 논리에 맞게 잘 풀었기에 감점하지않았습니다.

1-3은 1-2처럼 갈라지는 함수의 미분가능성을 묻고 있는 문제입니다. x=0일때를 기점으로 달라지기때문에
각각의 함수를 x=0에서의 미분가능성을 따져주면 되는 쉬운 문제입니다.

그런데 x>0일때 주어진함수가 꽤나 복잡하죠?
이 함수가 지수함수와,삼각함수로 이루어져있다고해서 바로 미분해버리면 절대 안됩니다.
(미분가능성을 묻고 있는문제이기때문에 미분을 바로 해버리면 안되는것이죠... 무조건 도함수식으로 변형해야합니다)
여기서 바로 제시문에서 잠깐 언급되었던(위에서부터 7번째줄에있네요) f(x)=x/2^x 꼴로 변형이 가능합니다.
이것을 이용하면 극한값을 쉽게 구할 수 있습니다.

1-4는 중간값의 정리를 이용하여 해결하는 문제입니다.
제시문에 설명이 세세하게 나와있는경우 , 제시문의 방법을 따르지않으면 무조건 감점이됩니다.

중간값의 정리는 1. f(x)가 주어진 구간에서 연속이고 2. 함수가 증가또는 감소하는경우 3. f(a)와 f(b)사이에있는 k에 대하여 f(c)=k 인 c가 a와 b사이에 존재한다는것입니다. 이 3가지중에 하나라도 빠진게 있는경우에 감점이 되었습니다.

1-5는 평균값의 정리를 이용하여 해결하는 문제입니다.
1-4에서 중간값의 정리를 이용하여 문제를 해결하는 방식처럼 , 주어진 방법을 그대로 따라가서 서술하지 않는 경우 감점이 되었습니다.

그런데 평균값의정리나 , 이런 부등식을 증명하는 문제의 경우에는 서술하는기가 좀 까다롭습니다.
보이고자하는 명제를 증명된것처럼 써놓고서 문제를 푸는경우는 채점하는 사람에 따라 감점이 될 수 있습니다.

'보이고자 하는 부등식(a)을 증명하는것은 우리가 쉽게 바꾼 부등식(b)를 증명하는것과 같다’라는 식으로 언급을 해주는것이 바람직한 서술 방법이라고 할 수 있습니다.

그러면 문제를 해결해봅시다.
보이고자 하는 부등식 중간이 평균값의 정리 모양이랑 비슷하죠?
따라서 저 중간에 있는 식을 기준으로 평균값의 정리를 쓰고 각각의 숫자를 맞춰주면 문제자체는 쉽게 해결할 수 있습니다.

특히 서강대문제는 항상 문제자체의 난이도가 그리 높지않기때문에 서술의 완결성이 요구됩니다.
극한과 관련한 논술문제는 채점하는 사람이 마음만 먹으면 감점할 부분이 꽤나 있기떄문에...

문제 푸시느라 고생하셨고 , 총평까지 읽느라고 수고많았습니다!