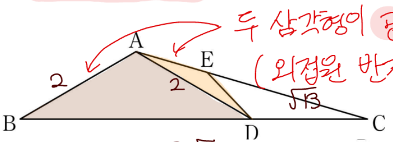
13. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=3\sqrt{3}$, $\overline{CA}=\sqrt{13}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 점 B가 아닌 점 D를 $\overline{AD}=2$가 되도록 잡고, 선분 AC 위에 양 끝점 A, C가 아닌 점 E를 사각형 ABDE가 원에 내접하도록 잡는다.

두 삼각형의 공통외접원을 갖는다! (외접원 반지름 동일)



다음은 선분 DE의 길이를 구하는 과정이다.

(step 1)

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$\cos(\angle ABC)=$ (가)

(Step 2)

이다. 삼각형 ABD에서 $\sin(\angle ABD)=\sqrt{1-(\text{(가)})^2}$ 이므로 사인법칙에 의하여 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이는 (나) 이다.

(step 3)

삼각형 ADC에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{CD}}{\sin(\angle CAD)}=\frac{\overline{AD}}{\sin(\angle ACD)}$$

이므로 $\sin(\angle CAD)=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}\times\sin(\angle ACD)$ 이다. $=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{13}}$

(Step 4)

삼각형 ADE에서 사인법칙에 의하여

$\overline{DE}=$ (다)

이다.

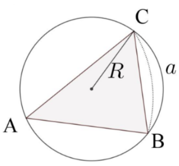
위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p\times q\times r$의 값은? [4점]

① $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ ② $\frac{7\sqrt{13}}{13}$ ③ $\frac{8\sqrt{13}}{13}$ ④ $\frac{9\sqrt{13}}{13}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{13}}{13}$

필연성 14

✓ 사인법칙 적용 응용2

외접원 있을 때



$a=2R\sin A$

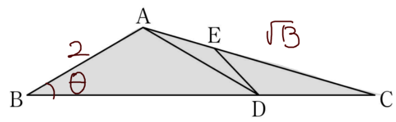
필연성 03

- 좌우대칭 도형 → 반띵
  이등변 삼각형 → 직각 삼각형

필연성 11

- 문제에서 30°, 60°, 정삼각형 나오면
  → 특수각 삼각비 1 : 2 : $\sqrt{3}$ 쓸 생각해라!

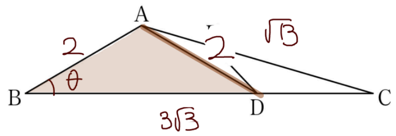
(Step 1)



$$\cos\theta=\frac{(3\sqrt{3})^2+2^2-\sqrt{13}^2}{2\cdot3\sqrt{3}\cdot2}=\frac{\sqrt{3}}{2}\ (가)$$

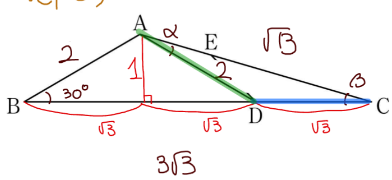
$\therefore\ \theta=30^\circ$

(Step 2)



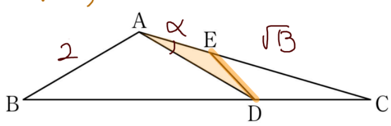
$2=2R\sin\theta$ $\therefore R=2$ (나)

(Step 3)



$\therefore\ \sin\alpha=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{13}}$

(step 4)



$$\overline{DE}=2\cdot R\cdot\sin\alpha=2\times2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{1}{\sqrt{13}}\right)=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}\ (다)$$

$$p\times q\times r=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\times\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{13}}=\frac{6\sqrt{13}}{13}$$