빠른정답

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
⑤	⑤	③	③	④	③	②	⑤	①	②
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
③	⑤	④	②	④	②	①	①	④	①
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
②	7	9	20	75	86	16	13	6	494

1번

$(2^x - 4) = 0$이고 $(2^x - 8) = 0$이다.

따라서 $x = 2 \text{ or } x = 3$이므로 실근의 합은 5

⑤번

2번

분자를 전개하면 $\lim_{n\to\infty}\frac{9n^2-6n+1}{n^2+1}$이므로

분모와 분자를 각각 n^2의로 나누면

$\lim_{n\to\infty}\frac{9-\frac{6}{n}-\frac{1}{n^2}}{1+\frac{1}{n^2}}$이므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{(3n-1)^2}{n^2+1} = 9$

⑤번

3번

$f'(x) = 2x+5$이므로 $f'(1) = 7$

③번

4번

$a_1 = 4, d = -2$이므로 $a_n = 4-2(n-1)$

$a_5 = -4$이므로 $\sum_{n=1}^{5} a_n = \frac{5\{4+(-4)\}}{2} = 0$

③번

5번

두 사건 A, B가 독립이므로

$P(A\cap B) = P(A)P(B)$ 이다.

$P(A) = 2P(B)$에서 $P(B) = \frac{1}{3}, P(A) = \frac{2}{3}$

$P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B) = \frac{7}{9}$

④번

6번

양변에 상용로그를 취해주면

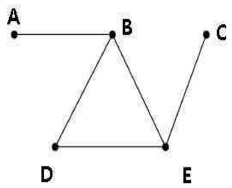
$\log 2 \times \log x = \log 4 \times \log 3$이므로

$\log x = \log 9 \quad \therefore x = 9$

③번

7번

꼭짓점의 연결된 변의 개수가 3개인 점의 개수를 찾는 것 이므로 그래프에서 찾아보면 2개이다.



$$\begin{array}{c|c} & \text{A B C D E} \\ \begin{array}{c}\text{A}\\ \text{B}\\ \text{C}\\ \text{D}\\ \text{E}\end{array} & \begin{pmatrix} 0&1&0&0&0 \\ 1&0&0&1&1 \\ 0&0&0&0&1 \\ 0&1&0&0&1 \\ 0&1&1&1&0 \end{pmatrix}\end{array}$$

②번

8번

ㄱ.

$f(1) = 2$, $\lim_{x\to 1+0} f(x) = 2$, $\lim_{x\to 1-0} f(x) = 1$

$f(1) \neq \lim_{x\to 1} f(x)$ 이므로 불연속이다.

ㄴ.

그래프를 통하여 참임을 알 수 있다.

ㄷ.

닫힌구간 $[1,2]$에서

$\lim_{x\to 1+0} f(x) = f(1)$, $\lim_{x\to 2-0} f(x) = f(2)$ 이므로

$x = 1$과 $x = 2$ 에서 연속이고 구간 $(1,2)$에서 그래프를 통해 연속임을 확인 할 수 있다.

⑤번

9번

$\log_3 \frac{80}{720} = k + \log 10000$ 에서 $-2 = k+4$

$\therefore k = -6$

①번

10번

함수 $f(x)$의 $x = t$ 에서 접선의 방정식은

$f'(t)(x-t)+f(t)$이다. $f'(a) = 0$ 이므로

(0.1)에서의 접선의 방정식은 $ax+1$이다.

$ax+1=5x+b$이므로 $a=5$, $b=1$

$\therefore a+b=2$

②번

11번

x와 y를 좌변으로 넘겨 정리해주면

$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}$ 이라고 하면 $A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1\\0&1\end{pmatrix}$ 이므로 양변에 A^{-1}을 곱하면 $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4\\5\end{pmatrix}$ $\therefore 2a+b=-3$

③번

12번

$case1.$농구2장 야구1장 $=\frac{300}{900}\times\frac{300}{900}=\frac{1}{9}$

$case2.$야구2장 농구1장 $=\frac{200}{900}\times\frac{200}{900}=\frac{4}{81}$

구하려는 확률

$=\frac{\text{농구 경기관람권을 두장 구입한 확률}}{\text{3장을 구입할 확률}}$

$=\frac{9}{17}$

⑤번

13번

$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1\\-2&3\end{pmatrix}$이므로 $f_{A^{-1}}(1)=7$

②번

14번

$\int_{-1}^{0} f_A(x)=1$에서

$(a+d)+(ad-bc)=-1$

$A-kE=\begin{pmatrix}a-k&b\\c&d-k\end{pmatrix}$ 이고 역행렬이 존재하지 않으므로 $(a-k)(d-k)-bc=0$이고 전개해주면 $ad-bc+k^2-k(a+d)=0$

$=k^2-(a+d)k-a-d-1$

행렬의 성분 a,d에 의하여 식의 값이 영향을 받으면 안 되기 때문에 $k=-1$이다.

⑤번

15번

동전을 던졌을 때 앞면이 나오는 횟수를 X라고 하면 확률변수 X의 확률분포표는 다음과 같다.

횟수 / 확률	0	1	2
P(X)	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{1}{6}$

앞면이 0번 나오는 경우

1. 3의배수 → 앞면 = $\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}$

2. 3의배수x → 두 번다 뒷면= $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$

$=\frac{2}{6}$

같은 방식으로 생각해주면

앞면이 1번 나오는 경우는

$(\frac{1}{3}\times\frac{1}{2})+(\frac{2}{3}\times{}_2C_1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2})=\frac{3}{6}$

앞면이 2번 나오는 경우는

$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

$\therefore E(X)=\frac{5}{6}$

④번

16번

$a_1=2$ 이고 조건 (가),(나)에 따라서 구해보면 $a_2=3, a_3=4\cdots$ $a_n=n+1$ 이다.

행렬 A의 n번째 행의 총합을 b_n이라고 하면 $b_{n+1}-b_n=10$ 이 성립한다.

A의 모든 성분 합은

$\sum_{n=1}^{10} b_n$이고, $b_1=\sum_{n=3}^{12} n=75$ 이다.

$b_n=75+10(n-1)$ 이므로

$\sum_{n=1}^{10} b_n=650+10\times\frac{10\times 11}{2}=1200$

②번

17번

(가)를 제외하고 다 좌변으로 이항하면

(가)$=\frac{2n}{2^{n+1}}-\frac{n-1}{2^n}=\frac{1}{2^n}$

그리고 수열 b_n의 일반항을 구하기 위해 축

차 대입법을 활용하면

$b_n = b_{1+}\frac{0}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{2}{8} \cdots - \frac{n-2}{2^{n-1}} + \sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{2^k}$

$=\left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{2}{8} \cdots \frac{n-2}{n^{n-1}} \right) = 0$이고

$\sum_{k=1}^{n-1}\frac{1}{2^k} = 1 - \frac{1}{2^{n-1}}$ 이므로

$b_n = 2 - (n+1) \times \frac{1}{2^n}$이다.

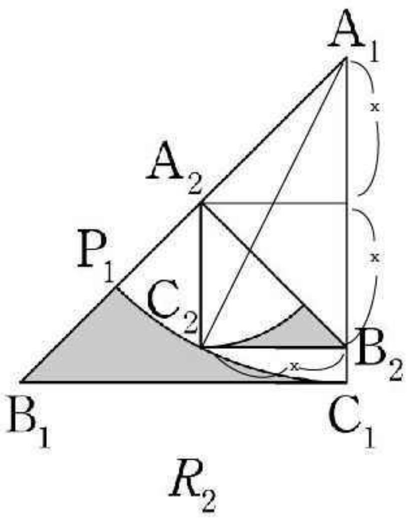
$(\text{나}) = (n+1) \times \frac{1}{2^n}$,

$a_n = (\text{다}) = 2^{n+1} - (n+1)$

$\therefore \frac{g(9)}{f(9)} + h(6) = 131$

①번

18번



$\overline{A_1C_1} = 1$이므로 $5x^2 = 1$ $x^2 = \frac{1}{5}$

$S_1 = \frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}$이므로

$\lim_{n\to\infty} S_n = \frac{\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{4}\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{8}\right)$

①번

19번

분모가 0으로 수렴하므로 분자도 0으로 수렴해야 한다. 따라서 $f(0) = f(1)$이고

$f(x) - f(0) = ax(x-1)$이라고 할 수있다.

조건식에서 $a = 2$, 극한값을 계산해보면

$\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x^3 - x} = \frac{2x(x-1)}{x(x+1)(x-1)} = 1$

④번

20번

A, B, C, D, E 5개중 중복을 허락하여 3개를 뽑는 경우의 수에서 B, C, D, E 4개중 중복을 허락하여 3개를 뽑는 경우의 수를 빼면 항상 적어도 A를 하나이상 포함하므로

${}_7C_3 - {}_6C_3 = 15$

①번

21번

$f(x)$는 최고차항의 계수가 4인 삼차함수이고 삼차함수는 최대 3개의 실근을 가질 수 있다.

ⅰ. 도함수가 하나의 실근을 가질 때

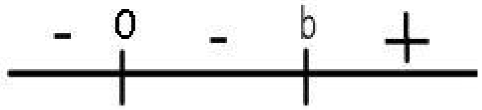
문제의 부호표 조건과 맞지 않는다.

$\because x = 0$과 중간값정리에 따라서 $0 < x < 1$ 사이에서 적어도 하나의 실근을 더 가진다.

ⅱ. 도함수가 두 개의 실근을 가질 때

문제의 부호표 조건과 일치한다

이때의 부호표를 그려보면 아래와같다.



따라서 $f'(x) = 4x^2(x-b)$라고 할 수 있다.

$f'(1)$에서 $b = \frac{3}{4}$, $f'(x) = 4x^2\left(x - \frac{3}{4}\right)$이고

적분해주면

$f(x) = x^4 - x^3 + C$ (C는 적분상수) 이다.

$\int_0^1 |f(x) - f(0)|dx = \left| \frac{1}{5} - \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{20}$

②번

22번

$f'(x) = 3x^2 + 7$ $\therefore f'(0) = 7$

23번

무한급수가 수렴하므로 $\lim_{n\to\infty} 4a_n - 5 = 0$

$\lim_{n\to\infty} a_n = \frac{5}{4}$ $\therefore \lim_{n\to\infty} \frac{a_n+1}{a_n-1} = 9$

24번

$a_n = r^{n-1}$ 이므로

$\frac{a_5+a_7}{a_2+a_4} = \frac{r^4+r^6}{r+r^3} = r^3 = 4$

$\therefore a_4 + a_7 = 20$

25번

$E(X) = 4p,\ V(X) = 4p(1-p)$

$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$에서

$V(X) = 3p + 1 - (4p)^2 = 4p(1-p)$

$=12p^2 + p - 1 = 0$ 이므로 방정식을 풀면

$0 < p < 1$이므로 $p = \frac{1}{4},\ V(X) = \frac{3}{4}$

$\therefore V(10X) = 100V(X) = 75$

26번

$P(A \geqq t) = P(B \leqq t)$이므로 표준화를 하면

$P\left(Z \geqq \frac{t-90}{10}\right) = P\left(Z \leqq \frac{t-90}{15}\right)$

표준정규분포 표는 $m=0$에 대하여 대칭이므로 $\frac{t-90}{10} + \frac{t-80}{15} = 0$ $\therefore t = 86$

27번

$B^2 = A + E$에서 $B^3 = BA + B = AB + B$이므로 $AB = BA$이다.

따라서 $(AB)^4 = A^4B^4$이고 $A^3 = -A$에서

$A^4 = -A^2$이므로 $A^4B^4 = -A^2(A+E)^2$

$= -A^4 - A^2 - 2A^3 = -2A^3 = 2A$

행렬 $(AB)^4$의 성분합 = 행렬 $2A$의 성분합

$\therefore 16$

28번

계차수열이 등차수열이므로 a_n은 n에 관한 2차식 형태로 나타날 것이다.

$\because$ 계차수열을 b_n이라고 하면

$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n} b_k = a_1 + \frac{n\{2b_1 + (n-1)d\}}{2}$

$a_n = pn^2 + qn + r$ 이라고 놓고 (나) 조건을 유리화 해주면

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n - n^2}{\sqrt{a_n} + n} = \lim_{n\to\infty} \frac{(p-1)n^2 + qn + r}{\sqrt{pn^2+qn+r} + n} = 5$

에서 $p=1,\ q=10,\ a_n = n^2 + 10n + r$이다.

$\therefore a_2 - a_1 = (24-r) - (11+r) = 13$

29번

$f(x+1) = \begin{cases} x & (x < a-1) \\ (x-1)^2 & (x \geqq a-1) \end{cases}$ 이므로

$\lim_{x\to a+0} \frac{f(x+1)}{f(x)} = \lim_{x\to a+0} \left(\frac{x-1}{x-2}\right)^2$

$\lim_{x\to a-0} \frac{f(x+1)}{f(x)} \equiv \lim_{x\to a-0} \frac{(x-1)^2}{x-1}$

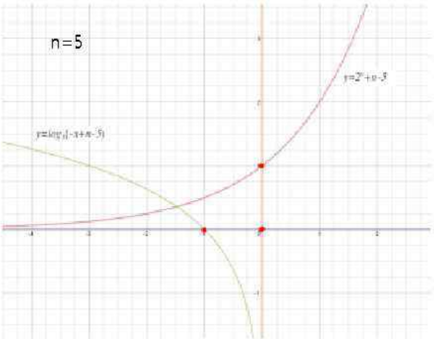
$\left(\frac{a-1}{a-2}\right)^2 = a-1$ 이고 이 식을 a에 대하여 정리하면

$(a-1)(a^2-5a+5) = 0$이므로 $a=1$ 또는 $a^2 - 5a + 5$의 판별식 $D > 0$이므로 근과 계수의 관계에 의해 근의 합 =5

$\therefore$ 모든 근의 합 =6

30번

$n=5$ 일 때를 기점으로 $n<4$인 지점에서는 두 점근선의 교점이 제2,4 사분면에서 생기고 $n>5$인 지점에서는 제1,3 사분면에서 생긴다. 따라서 $a_{1,} a_{2,} a_3\, a_4 = 1$이다. (직접 그려서 확인해도 무방하다.) 아래그림은 $n=5$ 일 때 그래프이다.



이제 $n \geqq 5$인 부분에서 좌표평면을 $x < 0$과 $x \geqq 0$ 인 부분으로 분할하여 생각해보자.

$\because x < 0$인 부분에서 2^x는 모두 분수이므로 $x < 0$인 부분에서 $2^x + n - 5$의 y값의 정수부분은 변화하지 않으므로

log 그래프가 어디서 만나는지만 관찰하여 주면 된다. (즉 가로만 생각하면 된다.)

$x < 0$에서 $\log_3(-x + n - 5) = n - 5$, 이므로

$x = -\{3^{(n-5)} - (n-5)\}$

$x > 0$인 부분에서는 $\sum_{k=5}^{n} 2^{k-5} + 1$이다. (이번에는 세로만 생각하면 된다.)

따라서 $a_n = 3^{n-5} + 2^{n-4}$ (단 $n \geqq 5$) 이다.

$\therefore \sum_{n=1}^{10} a_n = 4 + \sum_{n=5}^{10} 3^{n-5} + 2^{n-4} = 494$