

제 2 교시

수학 영역(B형)

5지선다형

1. $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 에 대하여 행렬 AB 의 모든 성분의 합이 9일때, x 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\sin\theta - \cos\theta = \frac{2}{3}$ 일 때, $\sin 2\theta$ 의 값은? [2점]

① $-\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{5}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ 1

3. 좌표공간의 두 점 $A(1, -1, 3)$ 과 $B(1, 4, a)$ 에 대해 \overline{OA} 과 \overline{OB} 가 이루는 각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 일 때, a 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 첫째항이 125인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $3a_1 = 5a_3$ 일 때, a_7 의 값은? [3점]

① 9 ② 25 ③ 27 ④ 75 ⑤ 81

5. 음이 아닌 정수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c=7$ 인 경우 $a=3$ 일 확률은? [3점]

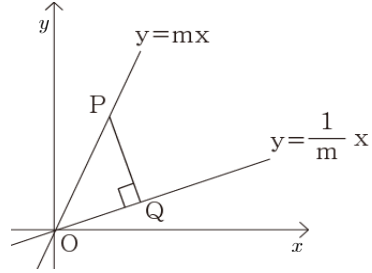
- ① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{5}{36}$ ③ $\frac{7}{36}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{11}{36}$

6. 좌표공간에서 두 점 $A(1,2,0)$ $B(4,6,2)$ 를 지나는 직선이 중심이 (p,p,q) 인 원의 넓이를 이등분 할 때, $p+q$ 의 값은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

7. 그림과 같이 직선 $y=mx$ 위의 점 P 에서 직선 $y=\frac{1}{m}x$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하자. \overline{OQ} 의 길이가 m 일 때,

$10\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{m=2}^n \frac{1}{QP}$ 의 값은? [3점]



- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

수학 영역(B형)

3

8. 어느 돌팔이 의사가 말하기를, 게임 실력 R 을 정하는데 유전적 요인 G , 게임플레이 시간 T 에 대하여 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$R = G + \log \frac{64 + T}{k} \quad (\text{단, } k \text{는 양의 상수})$$

유전적 요인이 G_A 이고, 게임을 236시간 플레이 한 사람 A가 유전적 요인이 G_B 이고, 게임을 36시간 플레이 한 B와 게임 실력이 같다면 $G_B - G_A$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\log 2$ ③ $\log 3$ ④ $\log 6$ ⑤ $\log 30$

10. 이차함수 $f(x) = -x^2 + 2x + k$ 에 대하여 부등식 $\frac{1}{f(x)-4} \leq -1$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수가 2개일 때, k 의 최솟값은? [3점]

- ① -1 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 4

9. 모집단의 확률변수 X 는 정규분포 $N(30, 4^2)$ 을 따르고 모집단에서 임의추출한 크기가 n 인 표본의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $P(18 \leq X \leq a) = P(28 \leq \bar{X} \leq 33)$ 이다. a 값이 될 수 있는 모든 값의 합은? [3점]

- ① 70 ② 74 ③ 78 ④ 82 ⑤ 86

11. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 3$ 이고

$$(3n-1)a_{n+1} = (3n+2)a_n + 3 \quad (n \geq 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 a_5 을 구하는 과정이다.

주어진 식의 양변을 $(3n-1)(3n+2)$ 로 나누면

$$\frac{a_{n+1}}{3n+2} = \frac{a_n}{3n-1} + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. $b_n = \frac{a_n}{3n-1}$ 이라 하면 $b_1 = \frac{3}{2}$ 이고,

$$b_{n+1} = b_n + \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 수열 $\{b_n\}$ 의 일반항을 구하면

$$b_n = \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

$$a_5 = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에

들어갈 수를 a 라 할 때, $\frac{g(4)}{f(3)} + a$ 의 값은? [3점]

- ① 83 ② 85 ③ 87 ④ 89 ⑤ 91

12. 정수 a, b, c 에 대하여

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + bx + c & (x > 2) \\ e^{x-a} + a & (x \leq 2) \end{cases} \quad \text{이다.}$$

함수 $f(x)$ 가 구간 $(-\infty, \infty)$ 에서 미분가능 할 때, $f(4)$ 의 값은?
[3점]

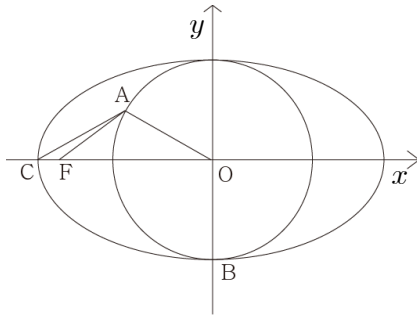
- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

수학 영역(B형)

5

[13~14] 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{12} = 1$ 과 원 $x^2 + y^2 = 12$ 가 접해있다. F는 타원의 한 초점 $(-6,0)$ 이고, A는 원의 한 점, B는 y 축에서 타원과 원의 교점 $(0, -2\sqrt{3})$, C는 타원과 x 축과의 교점 $(-4\sqrt{3}, 0)$ 이다.

13번과 14번의 두 물음에 답하십시오.



13 $\overline{OA} = \overline{FA}$ 일 때, 선분 AB의 길이는? (A의 y 좌표는 양수이다.)

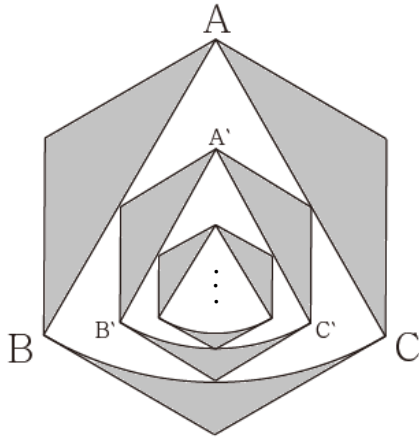
[3점]

- ① $2\sqrt{3}$ ② 3 ③ 4
 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 6

14. 두 개의 주사위를 던져 나온 수의 합을 a 라 할 때, 점 $(3, \sqrt{3})$ 을 원점을 중심으로 $\frac{\pi}{6}$ 만큼 회전하는 회전변환에 의해 옮겨진 점을 A' 라 하자. 세 점 A', C, O 를 잇는 직선으로 둘러싸인 도형이 직각삼각형이 될 확률은? [4점]

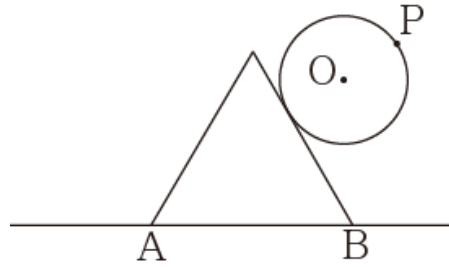
- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{11}{18}$

15. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형의 꼭짓점 중 세 꼭짓점을 A,B,C라 하고 부채꼴 ABC를 그린 다음 아래 그림과 같이 색칠한다. 그 다음 부채꼴 ABC와 세 점에서 만나는 정육각형을 그리고 이전과 마찬가지로 새로 그려진 정육각형에 색칠한다. 이와 같은 과정을 계속하여 얻은 그림에 색칠하여 있는 부분의 넓이를 S라 할 때, S의 값은? [4점]



- ① $\frac{8}{3}(3\sqrt{3}-\pi)$
- ② $3(3\sqrt{3}-\pi)$
- ③ $\frac{10}{3}(3\sqrt{3}-\pi)$
- ④ $\frac{7}{2}(3\sqrt{3}-\pi)$
- ⑤ $4(3\sqrt{3}-\pi)$

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 지면에 한 변이 닿은 정삼각형에 접하면서 지나가는 반지름 길이가 $\frac{1}{2}$ 인 원이 있다. 지면에 닿은 삼각형의 두 꼭짓점을 A,B라 하고 원의 중심을 O, 원위의 한 점을 P라 할 때, $|\vec{AO} + \vec{BP}|$ 의 최솟값은? [4점]



- ① $\frac{7}{2}$
- ② 4
- ③ $\frac{9}{2}$
- ④ 5
- ⑤ $\frac{11}{2}$

수학 영역(B형)

17. 두 이차정사각행렬 A, B 가

$$A^2B = O \quad AB + 2B = E$$

를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, E 는 단위행렬이고, O 는 영행렬이다.) [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $B^{-1} = -4B + 4E$

ㄴ. AB 의 역행렬이 존재한다.

ㄷ. $(A+B)^n = \frac{n}{2^{n-1}}A + B^n$

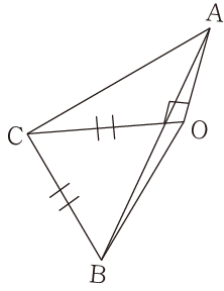
- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 닫힌 구간 $[-a, a]$ 에서 정의된 확률변수 X 의 확률밀도함수가 $f(x) = \cos x$ 이다. 모든 항의 계수가 정수인 다항함수 $g(x)$ 에

대하여 $V(X) = \int_0^a g(x) \cos x dx$ 라 할 때, $g(a)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{9}$ ③ $\frac{\pi}{18}$ ④ $\frac{\pi^2}{9}$ ⑤ $\frac{\pi^2}{18}$

19. 그림과 같이 $\angle AOC = 90^\circ$, $\overline{BC} = \overline{OC}$ 이고, $\overline{OA} = 6$, $\overline{OB} = 8$ 인 사면체가 있다. 점 O, A, B, C 를 모두 지나고 중심이 \overline{AB} 위에 있는 구를 S라 하자. 구 S가 $\triangle ACO$ 를 지나는 평면으로 잘려질 때, 그 단면의 넓이를 $k\pi$ 라 하자. k 의 값은? [4점]



- ① 9
- ② 13
- ③ 17
- ④ 21
- ⑤ 24

20. 정수 a, b 에 대하여 부등식 $\log_2|x+b| \leq 2$ 를 만족시키는 자연수 x 의 개수를 n 이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $2 \leq a \leq 10, -10 \leq b \leq 10$
 (나) $n = 6$ 또는 $n = 13$

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 어떤 실수 a 에 대하여

$$g(x) = \int_a^x e^t f(t) dt$$

가 성립할 때, 다음 조건을 만족한다.

(가) $g(x)$ 는 $(-1, g(-1))$ 에서만 변곡점을 가진다.

(나) $g(x)$ 위의 점 $(1, -2e)$ 에서의 접선은 원점을 지난다.

$f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18
 ④ 22 ⑤ 26

단답형

22. 함수 $f(x) = 8x \ln x$ 에 대하여 $f'(e)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 방정식 $x^2 + 2x + \sqrt{x^2 + 2x - 6} = 12$ 의 두 실근의 곱을 α 라 할 때, $-\alpha$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 어느 회사에 150명의 사원이 있다. 단체 휴가를 가려고 하는데, 사원 중 바다로 가고 싶은 사람 수와 산으로 가고 싶은 사람 수가 다음과 같다.

(단위: 명)

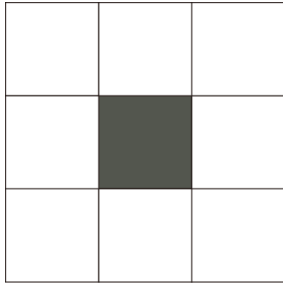
| 구분 | 남성 | 여성 |
|----|----|----|
| 바다 | 30 | |
| 산 | | 15 |

사원 중에서 임의로 선택한 한 명의 사원이 바다로 가고 싶을 때, 이 사원이 여성일 확률이 $\frac{2}{3}$ 이다. 이 때, 사원 중에 임의로 선택한 한 명이 산에 가고 싶을 때, 남성일 확률을 p 라 하자. $100p$ 의 값은? (단, 선택은 한 곳만 가능하다.) [3점]

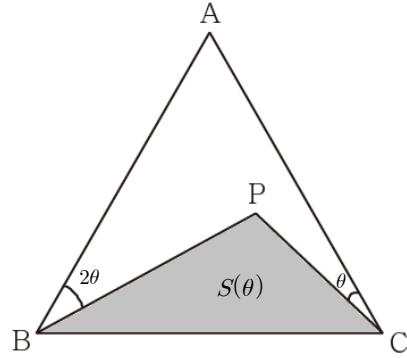
25. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{64} = 1$ 과 직선 $y = ax + b$ 가 한 점에서 만날 조건은 $a = p, b \neq q$ 이다. $p + q$ 의 값은? [3점]

26. 일차변환 $f: (x, y) \rightarrow (2\sqrt{3}x - 2y, 2x + 2\sqrt{3}y)$ 를 나타내는 행렬을 A 라 하자. 점 $(1, 0)$ 이 행렬 A^{23} 으로 나타내어지는 일차변환에 의하여 옮겨지는 점의 좌표를 (a, b) . 행렬 A^{21} 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 옮겨지는 좌표를 (c, d) 라 할 때, $\frac{b}{d}$ 의 값은? [4점]

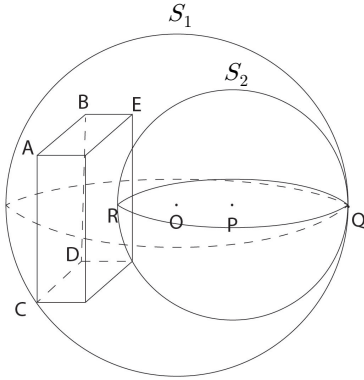
27. 모두 합동인 정사각형 모양의 구멍이 가운데를 제외한 8군데 뚫려있는 그림과 같은 모양의 통에 모양이 같은 공 5개를 넣을 때, 그 결과로 나타날 수 있는 경우의 수를 구하시오. (단, 통을 회전하여 같은 경우는 같은 것으로 본다.) [4점]



28. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 내부의 점 P 에 대하여 $\angle ABP=2\theta$, $\angle ACP=\theta$ 이다. $\triangle BPC$ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{S(\theta)}{\frac{\pi}{6} - \theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



29. 그림과 같이 중심이 O인 구 S_1 와 점 A, B, C, D에서 각각 만나면서 $\overline{AB}=6, \overline{BD}=8, \overline{BE}=3$ 인 직육면체가 있다. 직육면체와 구 S_1 에 동시에 접하는 중심이 P이고, 반지름의 길이가 11인 구를 S_2 라 할 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ 의 값을 구하시오. (단, 점 R, O, P, Q는 한 직선위에 있다. [4점]



30. 중심이 $P(\sin\theta, 0)$ 인 원 $(x - \sin\theta)^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = \frac{1}{\sin\theta}x$ 가 있다. 직선과 원의 교점을 각각 Q, R라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

$2 \int_0^{\frac{\pi}{3}} S(\theta) \cos\theta d\theta = k$ 일 때, $16e^k$ 의 값은? [4점]

※ 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.