제 2 교시

2019학년도 대학수학능력시험 모의평가 1회 문제지

수학 영역
(가형)

성명		수험번호								

○ 자신이 선택한 유형('가'형 / '나'형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

그대 꿈꾸던 세상의 음악이 울릴 테니

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 유형('가'형 / '나'형), 답을 정확히 표기하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Epsilon

2018년 8월 26일 시행
Epsilon 모의고사 1회 (가형)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

14학번 : 이다운, 임현우

16학번 : 김민지

17학번 : 김도훈, 김동규, 김정빈, 문혁준, 박승용
석진우, 조영호

18학번 : 권세은, 김동현, 김윤태, 김종해, 안동우
이현준, 정우진

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

17학번 : 김정빈, 석진우

18학번 : 권세은, 이현준

검토위원 :

강현준 (성균관대학교 수학교육과 18)

김승하 (성균관대학교 수학교육과 18)

양준 (성균관대학교 수학교육과 18)

임한빈 (성균관대학교 수학교육과 18)

조민혁 (성균관대학교 수학교육과 18)

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관해 문의 사항이 있으신 경우 0426wnsl@gmail.com으로 연락주시기 바랍니다.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(가 형)

성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. 두 벡터 $\vec{a}=(3,\ 1)$, $\vec{b}=(2,\ -4)$에 대하여 벡터 $\vec{a}+\vec{b}$의 모든 성분의 합은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{\tan 7x}$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

3. 좌표공간의 두 점 $\mathrm{A}(5,\ 4,\ 2)$, $\mathrm{B}(-1,\ -2,\ a)$에 대하여 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점이 xy평면 위에 있을 때, a의 값은? [2점]

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

4. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)=\frac{1}{2}$$

일 때, $\mathrm{P}(A\cup B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ 1

5. 곡선 $y=2^{x-3}+4$를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 곡선의 점근선의 방정식은 $x=k$이다. 상수 k의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 직선 $x=3$이 포물선 $x-\frac{y^2}{4}=k$의 준선일 때, 상수 k의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

7. $0<x\le 2\pi$일 때, 방정식

$$2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x=2$$

의 모든 해의 합은? [3점]

① 2π ② $\frac{8}{3}\pi$ ③ $\frac{10}{3}\pi$ ④ 4π ⑤ $\frac{14}{3}\pi$

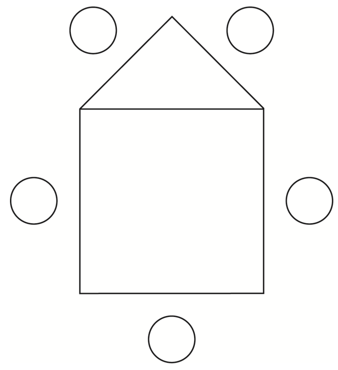
8. 다항식 $(x+1)(x-2)^7$의 전개식에서 x^4의 계수는? [3점]

① 224 ② 238 ③ 252 ④ 266 ⑤ 280

9. $\int_2^4 (\ln x+1)\,dx$의 값은? [3점]

① $2\ln 2$ ② $4\ln 2$ ③ $6\ln 2$ ④ $8\ln 2$ ⑤ $10\ln 2$

10. 그림과 같이 정사각형 모양의 책상에 직각삼각형 모양의 책상을 붙인 후 의자를 놓는다고 하자. 남학생 3명과 여학생 2명이 의자에 앉아 회의를 하려고 할 때, 두 여학생이 이웃하여 앉지 않을 경우의 수는? [3점]



① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

11. 좌표공간에서 중심의 좌표가 $(3, 1, 0)$이고 반지름의 길이가 r인 구가 직선 $x-2=y+1=z$와 한 점에서만 만날 때, r의 값은? [3점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

12. 확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 4인 정규분포를 따르고, 실수 k에 대하여 다음 등식을 만족시킨다.

$$\mathrm{P}(k \le X \le k+12) = \mathrm{P}(k-4 \le X \le k+8)$$

$\mathrm{P}(X \ge k+12)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

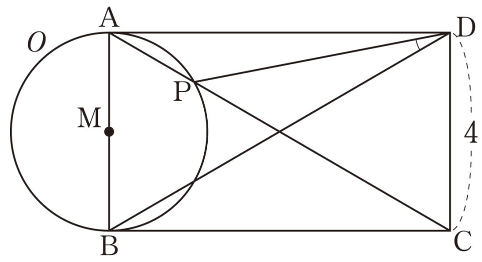
z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587 ④ 0.2857 ⑤ 0.3085

13. 함수 $f(x)=\frac{x}{2}+\ln x$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(a,\ b)$에서의 접선이 서로 평행할 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $2+\ln 2$ ② $3+\ln 2$ ③ $6+2\ln 2$
④ $6+\ln 6$ ⑤ $9+\ln 6$

14. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{CD}}=4$인 직사각형 ABCD와 선분 AB를 지름으로 하는 원 O가 있다. 선분 AB의 중점을 M, 원 O와 선분 AC의 교점 중 A가 아닌 점을 P라 하자.
$\cos(\angle\mathrm{PMA})=\frac{1}{2}$일 때, $\sin(\angle\mathrm{PDB})$의 값은?
(단, $\angle\mathrm{PDB}<\frac{\pi}{2}$) [4점]



① $\frac{\sqrt{21}}{14}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{14}$ ③ $\frac{\sqrt{15}}{14}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{3}{14}$

15. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 가속도 $\vec{a}$가

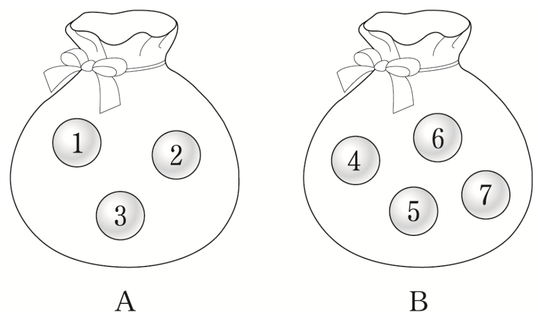
$$\vec{a} = \left(2t-4,\ 2^{t+1}\ln 2\right)$$

이다. 점 P의 시각 $t=1$에서의 속력은 5이고, 시각 $t=3$에서의 속력은 7이다. 시각 $t=2$에서 점 P의 속력은? [4점]

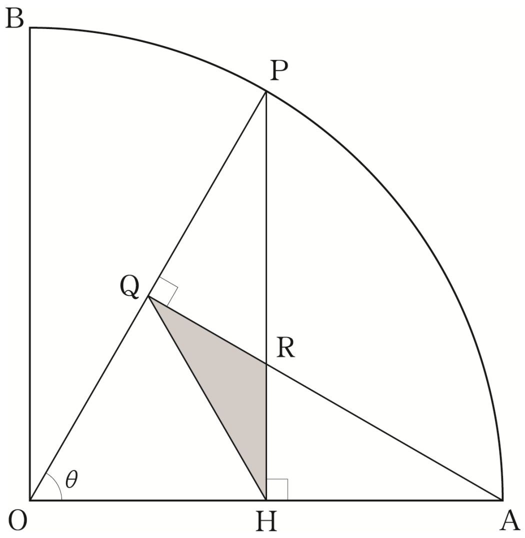
① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

16. 주머니 A 안에는 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀있는 세 개의 공이 들어있고, 주머니 B 안에는 4, 5, 6, 7의 숫자가 하나씩 적혀있는 네 개의 공이 들어있다. 주머니 A에서 공을 임의로 하나 꺼내어 그 공에 적혀 있는 수가 짝수이면 꺼낸 공을 버리고, 홀수이면 꺼낸 공을 주머니 B에 집어넣는다. 이 시행을 2회 반복한 후, 주머니 B에서 임의로 공을 하나 꺼낸다. 주머니 B에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 짝수일 때, 주머니 A에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 모두 홀수일 확률은? [4점]

① $\frac{4}{17}$ ② $\frac{9}{34}$ ③ $\frac{5}{17}$ ④ $\frac{11}{34}$ ⑤ $\frac{6}{17}$



17. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 점 A에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 Q, 선분 PH와 선분 AQ의 교점을 R라 하자. $\angle \mathrm{POH}=\theta$일 때, 삼각형 QHR의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$) [4점]



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

18. 좌표평면 위의 원점에서 출발하여 x축 또는 y축과 평행한 방향으로 1씩 4번 이동한 후의 점을 A라 하자. $\overline{\mathrm{OA}}=t$라 할 때, 다음 조건에 따라 획득하는 점수를 확률변수 X라 하자.

점 A가 x축 또는 y축 위에 있을 때 1점을 획득하고, x축 또는 y축 위에 있지 않고 $0<t\le 2$일 때 2점을 획득하고, x축 또는 y축 위에 있지 않고 $2<t\le 4$일 때 3점을 획득한다.

다음은 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$를 구하는 과정이다.
(단, 각 방향으로 갈 확률은 동일하고, O는 원점이다.)

좌표평면 위의 원점에서 출발하여 x축 또는 y축과 평행한 방향으로 1씩 4번 이동했을 때,
전체 경우의 수는 $4^4=256$이고,
가능한 t의 값은 0, $\boxed{(가)}$, 2, $2\sqrt{2}$, $\sqrt{10}$, 4이다.
$t=0$, $t=2$, $t=4$일 때, 1점을 획득하고
$t=\boxed{(가)}$일 때, 2점을 획득하고
$t=2\sqrt{2}$, $t=\sqrt{10}$일 때, 3점을 획득한다.

$$\mathrm{P}(X=1)=\frac{1}{256}\times(36+64+4)=\frac{13}{32}$$

$$\mathrm{P}(X=2)=\frac{1}{256}\times\left(4\times\boxed{(나)}\right)$$

$$\mathrm{P}(X=3)=1-\{\mathrm{P}(X=1)+\mathrm{P}(X=2)\}$$

따라서 확률변수 X의 평균 $\mathrm{E}(X)$는 다음과 같다.

$$\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{3}\{i\times\mathrm{P}(X=i)\}=\boxed{(다)}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c라 할 때, $8a^2c-b$의 값은? [4점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

19. 실수 전체의 집합에서 도함수 $f'(x)=e^x(x^3-4x^2+8x-8)$을 갖는 함수 $f(x)$가 있다. 모든 정수 k에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\{f(k+1)-f(k)\}(x-k)+f(k)\ \ (k\le x<k+1)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
ㄴ. 곡선 $y=f(x)$는 두 개의 변곡점을 갖는다.
ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $\int_1^x\{f(t)-g(t)\}\,dt\le 0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 좌표평면 위의 $\overline{\mathrm{AB}}=4$인 정삼각형 ABC와 두 점 P, Q가

$$|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|=4,\quad |\overrightarrow{\mathrm{AQ}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|^2=10$$

을 만족시키고, 선분 AP의 중점 M에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}=k\overrightarrow{\mathrm{MQ}}$이다. $\overrightarrow{\mathrm{CP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BQ}}$의 최댓값은? (단, k는 실수이다.) [4점]

① $14+4\sqrt{19}$ ② $18+4\sqrt{19}$ ③ $14+4\sqrt{39}$
④ $18+4\sqrt{39}$ ⑤ $22+4\sqrt{39}$

21. 함수 $f(x)=2x+k\ (k<-1)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)+g(-x)=0$이다.
> (나) 구간 $(0,\ \pi)$에서
> $$g(x)-f(x)=\int_{-x}^{x} f(t)\cos t\,dt-f(0)$$이다.
> (다) 구간 $(\pi,\ \infty)$에서 함수 $g(x)$는 미분가능하고, $g'(x)=a\ (a<0)$이다.

$|c|\neq\pi$인 어떤 실수 c에 대하여

$$\frac{g(\beta)-g(\alpha)}{\beta-\alpha}=g'(c)\ \ (\alpha<c<\beta)$$

를 만족시키는 두 실수 $\alpha,\ \beta$가 존재하지 않을 때, a의 최솟값을 $h(k)$라 하자. $h(b)=-10$일 때, 상수 b의 값은? [4점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

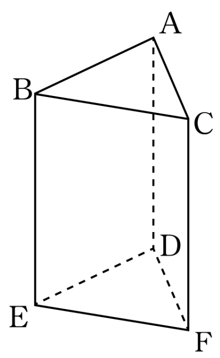
단답형

22. ${}_{8}\mathrm{C}_{3}$의 값을 구하시오. [3점]

23. 함수 $f(x)=\sqrt{3x^2+2x+1}$에 대하여 $f'(0)$의 값을 구하시오. [3점]

24. 곡선 $5x^3-2xy+y^2-2y=0$ 위의 점 $(0,\ 2)$에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

25. 그림과 같이 밑면이 한 변의 길이가 6인 정삼각형인 삼각기둥 $\mathrm{ABC}-\mathrm{DEF}$가 있다. 삼각형 AEF의 넓이가 삼각형 DEF의 넓이의 2배일 때, 이 삼각기둥의 높이를 구하시오. [3점]



26. 어느 물류센터에서 출고하는 물품의 무게는 평균이 m, 표준편차가 σ인 정규분포를 따른다고 한다. 이 물류센터에서 출고한 물품 중에서 임의추출한, 크기가 64인 표본을 조사하였더니 물품 무게의 표본평균의 값이 $\overline{x}$이었다.
이 결과를 이용하여 이 물류센터에서 출고하는 물품 한 개의 무게의 평균을 신뢰도 95%로 추정한 신뢰구간이 $3.52 \le m \le 5.48$일 때, $\overline{x} \times \sigma$의 값을 구하시오.
(단, 무게의 단위는 kg이고, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $\mathrm{P}(0 \le Z \le 1.96) = 0.475$로 계산한다.) [4점]

27. 타원 $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$의 두 초점 중 x좌표가 양수인 점을 F, 음수인 점을 F$'$이라 하고, 장축의 양 끝점 중 x좌표가 양수인 점을 A, 음수인 점을 A$'$이라 하자. 이 타원 위의 점 P를 $\overline{\mathrm{PF}'}=\overline{\mathrm{FF}'}$이 되도록 제1사분면에서 잡는다. 두 초점이 A, A$'$인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ 위의 점 Q를 선분 PF$'$과 선분 QA$'$이 평행이 되도록 제1사분면에서 잡는다.
삼각형 QAA$'$이 세 내각이 모두 예각인 이등변삼각형일 때, $9(b^2-a^2)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

28. A와 B가 한 번 게임을 할 때마다 다음과 같은 규칙에 따라 점수를 계산하려고 한다.

(가) 이긴 사람은 2점을 얻고, 진 사람은 4점을 잃는다. (나) 점수는 0점 미만으로 내려가지 않는다.

예를 들어 A가 2점, B가 6점인 상태에서 B가 이기면 A는 0점, B는 8점이 된다. A와 B 둘 다 8점을 가지고 시작할 때, 게임을 4번 한 후 A와 B의 점수의 합이 10점일 확률이 k이다. $32k$의 값을 구하시오. (단, A와 B가 이길 확률은 동일하며, 비기는 경우는 없다.) [4점]

29. 좌표공간에 구 $S : x^2+y^2+(z-3\sqrt{2})^2=18$과 평면 $\alpha : 2x+6y-\sqrt{5}z=0$이 있다. 평면 α가 xy평면과 만나서 생기는 교선을 l, 구 S와 만나서 생기는 원을 C라 할 때, 원 C 위의 점 P와 직선 l 위의 점 Q에 대하여 $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|=6$이다. 구 S의 중심을 지나고 평면 α에 수직인 직선이 xy평면과 만나는 점을 A라 할 때, $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

30. 구간 $[0, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 모든 자연수 n에 대하여

$$f(x)=\begin{cases} x & (0 \le x < 1) \\ a_n x + b_n & (n \le x < n+1) \end{cases}$$

을 만족시키고, 구간 $[0, \infty)$에서 연속이다. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$g(x)=\left|\ln\left(\int_0^x f(t)\,dt\right)\right|, \qquad h(x)=\int_0^1 g(x+t)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 구간 $(0, \infty)$에서 미분가능하고, $g(3)=0$이다.
(나) 임의의 양의 실수 x_1, x_2 $(x_1<x_2)$에 대하여 함수 $h(x)$에서 x의 값이 x_1에서 x_2까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$\displaystyle\sum_{k=1}^{10} g'\left(k-\frac{1}{2}\right)=-\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]