

고지우의

난문현답

사관 기출
'수학 II'



1. 다음을 만족시키는 정수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

$$\log a = 3 - \log(a + b)$$

- ① 4 ② 8 ③ 12
 ④ 16 ⑤ 32

2. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $C = \{a, b, c\}$ 에 대하여 두 함수 $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ 의 합성함수 $g \circ f: A \rightarrow C$ 가 역함수를 갖도록 하는 순서쌍 (f, g) 의 개수는?

- ① 108 ② 144 ③ 216
 ④ 432 ⑤ 864

3. 방정식 $|x^2 - 2x - 6| = |x - k| + 2$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. $a_1 = \frac{9}{8}$ 이고 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{9}{8} \left(\frac{9}{8} + 9 \right) \left(\frac{9}{8} + 9 + 9^2 \right) \cdots \left(\frac{9}{8} + 9 + 9^2 + \cdots + 9^n \right)$$

이라 하자. $\sum_{k=1}^{10} \frac{\log a_k}{k} = \log A$ 일 때, A 의 값은?

- ① $\frac{3^{65}}{2^{30}}$ ② $\frac{3^{60}}{2^{25}}$ ③ $\frac{2^{65}}{3^{30}}$
 ④ $\frac{2^{60}}{3^{25}}$ ⑤ $\frac{3^{60}}{2^{30}}$

5. 다음 두 수 a, b 에 대하여 $\left[\frac{a}{b} \right]$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

$$a = \sum_{k=1}^{100} \frac{1}{2k(2k-1)}, \quad b = \sum_{k=1}^{100} \frac{1}{(100+k)(201-k)}$$

- ① 150 ② 152 ③ 154
 ④ 156 ⑤ 158

14. 학생 110명이 국어, 영어, 수학 시험을 보는데, 국어를 합격한 사람은 92명, 영어를 합격한 사람은 75명, 수학을 합격한 사람은 63명이고, 국어와 영어를 모두 합격한 사람은 65명, 국어와 수학을 모두 합격한 사람은 54명, 영어와 수학을 모두 합격한 사람은 48명이다. 세 과목 모두 합격한 학생 수의 최솟값은?

- ① 36 ② 37 ③ 38
- ④ 39 ⑤ 40

15. 어떤 살아있는 쥐에 있는 세균 S의 개체 수는 4이고, 세균 T의 개체 수는 256이다. 그 쥐가 살아있는 동안에는 두 세균의 개체 수에 변함이 없고, 죽는 순간부터 세균 S의 개체 수는 4시간마다 두 배로 증가하며, 세균 T의 개체 수는 6시간마다 두 배로 증가한다. 쥐가 죽은 후 두 세균 S와 T의 개체 수가 같아졌을 때, 세균 S의 개체 수는?

- ① 2^{20} ② 2^{21} ③ 2^{22}
- ④ 2^{23} ⑤ 2^{24}

16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \{(\sqrt{x^4 + 2x^3 + 1} - x^2)(\sqrt{x^2 + 6} - x)\}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

17. $\sqrt[3]{10 + 2\sqrt{27}} + \sqrt[3]{10 - 2\sqrt{27}}$ 의 값은?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$
- ④ 2 ⑤ $2\sqrt{3}$

18. $\sum_{k=1}^{20} (2k+1) \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \dots + \frac{1}{20} \right)$ 의 값은?

- ① 250 ② 254 ③ 258
- ④ 262 ⑤ 266

19. 두 실수 x 와 y 에 대하여

$$2x^2 + y^2 - 2x + \frac{4}{x^2 + y^2 + 1}$$

의 최솟값은?

- ① 1 ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{3}{2}$
 ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ 2

20. 방정식 $x[x] + 187 = [x^2] + [x]$ 의 근의 개수는?
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수이다.)

- ① 58 ② 67 ③ 76
 ④ 85 ⑤ 94

21. 두 함수 f 와 g 는 임의의 두 실수 x 와 y 에 대하여 다음을 만족시킨다.

$$f(0) = 3, f(x+g(y)) = (x+y^2-1)^2 - 1$$

이때, $f(7)+g(7)$ 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 값은?

- ① 92 ② 113 ③ 126
 ④ 135 ⑤ 147

22. 수열 $\{a_n\}$ 을

$$a_{n+1} = n(-1)^n - 3a_n \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

으로 정의한다. $a_1 = a_{2012} + 2$ 일 때, $\sum_{n=1}^{2011} a_n$ 의 값은?

- ① 501 ② 351 ③ 251
 ④ -251 ⑤ -501

23. 자연수 n 을 삼진법으로 나타내어 $(a_k a_{k-1} \dots a_1)_{(3)}$ 이라 할 때, $\sum_{j=1}^k \frac{a_j}{3^j}$ 를 b_n 이라 하자. $\sum_{n=1}^{80} b_n$ 의 값은?

- ① $\frac{81}{4}$ ② $\frac{80}{3}$ ③ 27
- ④ 40 ⑤ $\frac{81}{2}$

24. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 그래프가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 원점을 지난다.
- (나) 점근선의 방정식은 $x=1$ 과 $y=-2$ 이다.

이때, 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, $f^{-1}(-1)$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
- ④ 1 ⑤ 2

25. 각 자릿수의 계승의 합이 자신과 같은 수의 집합을 M 이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (예를 들어, $1!+2!+3!=9$ 는 123과 다르므로 123은 M 의 원소가 아니다.)

- <보 기> —
- ㄱ. 두 자리의 자연수는 M 의 원소가 될 수 없다.
 - ㄴ. M 의 원소인 세 자리 자연수의 각 자릿수는 7보다 작다.
 - ㄷ. M 에는 8자리 이상의 자연수가 존재하지 않는다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

26. $a = \log_9 (7 - 4\sqrt{3})$ 일 때, $3^a + 3^{-a}$ 의 값은?

- ① 4
- ② $\frac{10}{3}$
- ③ $\frac{5}{2}$
- ④ 2
- ⑤ $\frac{3}{2}$

27. 물질의 부패지수(Del)는 일평균상대습도가 H%이고 일평균기온이 T°C일 때, 다음과 같이 계산한다.

$$\text{부패지수(Del)} = \left(\frac{H - 65}{14} \right) \times 1.05^T$$

일평균상대습도가 72%이고 일평균기온이 30°C일 때의 부패지수와 일평균상대습도가 h%이고 일평균기온이 5°C일 때의 부패지수가 서로 같다. 이때 h의 값의 범위는? (단, $\log 1.05 = 0.021$, $\log 3.35 = 0.525$ 로 계산한다.)

- ① $84 < h < 85$
- ② $86 < h < 87$
- ③ $88 < h < 89$
- ④ $90 < h < 91$
- ⑤ $92 < h < 93$

28. 다음 조건을 만족시키는 집합 S가 가질 수 있는 원소의 개수의 최댓값은?

- (가) $S \subset \{n | n \text{은 } 507 \text{이하의 자연수}\}$
- (나) S에 속하는 서로 다른 임의의 두 수의 합은 5의 배수가 아니다.

- ① 201
- ② 202
- ③ 203
- ④ 204
- ⑤ 205

29. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공차가 음수인 등차수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 n째 항까지의 합을 각각 S_n 과 T_n 이라 하자. 다음이 성립할 때, a_{20} 과 b_{20} 의 곱 $a_{20}b_{20}$ 의 값은?

$$\begin{cases} a_1 = b_1 + 1 \\ S_n^2 - T_n^2 = n^2(n+1) \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

- ① -108
- ② -105
- ③ -102
- ④ -99
- ⑤ -96

30. 첫째 항과 공비가 모두 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째 항부터 n 째 항까지의 합 S_n 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n - a_n^2}{a_n} \text{이 수렴할 때, } a_{10} \text{의 값은?}$$

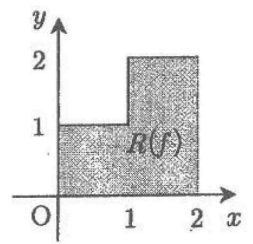
- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

31. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2) : a_3 = 2 : 3$ 일 때,

$$\frac{a_7}{a_4 + a_6} \text{의 값은?}$$

- ① $\frac{21}{34}$ ② $\frac{11}{17}$ ③ $\frac{23}{34}$
- ④ $\frac{12}{17}$ ⑤ $\frac{25}{34}$

32. 좌표평면에서 함수 $y=f(x)$ 의 그래프에 있는 각 점과 그 점에서 x 축에 내린 수선의 발을 연결하는 선분으로 이루어지는 영역을 $R(f)$ 라 하자. 예를 들어 $f(x) = [x] + 1 (0 < x < 2)$ 인 경우에 $R(f)$ 는 다음 그림의 어두운 부분이다.



함수 $g(x)$ 가 $g(x) = \frac{1}{\left[\frac{1}{x}\right] + 2} (0 < x < 1)$ 일 때, 영

역 $R(g)$ 의 넓이는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 가장 큰 정수이다.)

- ① $\frac{7}{36}$ ② $\frac{2}{9}$ ③ $\frac{1}{4}$
- ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{11}{36}$

33. 세 실수 a, b, c 가 $abc \neq 0, ab+bc+ca=abc$ 를 만족시킨다.

$\log_2 x = a, \log_3 x = b, \log_5 x = c$ 일 때, 양수 x 의 값은?

- ① 10 ② 20 ③ 30
- ④ 40 ⑤ 50

34. 자연수 n 에 대하여 직선 $y = ax$ 가 원 $(x-4)^2 + y^2 = \frac{4}{n^2}$ 에 접하도록 하는 실수 a 를 $f(n)$ 으로 나타낼 때, $\sum_{n=1}^{10} \{f(n)\}^2$ 의 값은?

- ① $\frac{8}{21}$ ② $\frac{10}{21}$ ③ $\frac{4}{7}$
- ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{16}{21}$

35. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 $X \Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 로 정의하자. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, A \Delta B = \{2, 5, 8, 10\}$ 를 만족시킬 때, 집합 B 의 부분집합의 개수는?

- ① 16 ② 32 ③ 64
- ④ 128 ⑤ 256

36. 20보다 작은 자연수 a, b, c, d 에 대하여 $f(x) = \frac{ax-b}{cx+d}$ 로 주어져 있다. $X = \{x | x > -2, x \text{는 실수}\}, Y = \{y | y < 5, y \text{는 실수}\}$ 라 할 때, 함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 일대일 대응이 되도록 하는 자연수 a, b, c, d 중 $a+b+c+d$ 의 최솟값과 최댓값의 합은?

- ① 48 ② 50 ③ 52
- ④ 54 ⑤ 56

37. 실수 x, y 가 $|x+y|+|x-y|=1$ 을 만족시킬 때, x^2-6x+y^2-6y 의 최댓값은?

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ $\frac{37}{2}$
- ④ $\frac{49}{2}$ ⑤ $\frac{61}{2}$

38. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 임의의 점 P와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프 위의 임의의 점 Q에 대하여 선분 PQ의 최소의 길이를 $d(f,g)$ 로 나타내자. 예를 들어, $f(x)=x+2$ 이고 $g(x)=x$ 이면 $d(f,g)=\sqrt{2}$ 이다. 임의의 함수 f,g,h 에 대하여 <보기> 중에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $f(x)=ax+b, g(x)=mx+n$ (단, a, b, m, n 은 상수)일 때, $a \neq m$ 이면 $d(f,g)=0$ 이다.

ㄴ. $d(f,g+h) \leq d(f,g)+d(f,h)$

ㄷ. $d(f,gh) \leq d(f,g) \cdot d(f,h)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

39. 전체집합 $U=\{1,2,3,4\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$X(A,B)=\left\{i^m + \left(\frac{1}{i}\right)^k \mid m \in A, k \in B\right\}$ 로 정의할 때,

<보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은? (단, i 는 허수단위이고 $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수를 나타낸다.)

<보기>

ㄱ. $A=\{1\}, B=\{1,2\}$ 이면 $X(A,B)=\{0, -1+i\}$

ㄴ. $n(X(A,B)) \leq n(A)n(B)$

ㄷ. $n(X(A,B))$ 의 최댓값은 12이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

40. 함수 $f(x) = \log_2(x^2 + x + 1) - \log_2 x$ 에 대하여
 $[f(1)] + [f(2)] + [f(3)] + \dots + [f(1022)]$ 의 값은?
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $2^{11} + 2$ ② $2^{12} - 2$ ③ $2^{12} + 2$
 ④ $2^{13} - 2$ ⑤ $2^{13} + 2$

41. 자연수 n 에 대하여 $a_n = 2 + (-1)^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{2009} a_n$
 의 값은?
 (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

- ① 4018 ② 4019 ③ 4020
 ④ 4021 ⑤ 4022

42. 다음이 성립할 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

$$\log x + \log 3 = 2 \log(2x - 3y) - \log y$$

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ 5

43. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합
 $A = \{2, 4, 6\}$ 과 $B = \{3, 6\}$ 에 대하여 다음을 만족시
 키는 U 의 부분집합 C 의 개수는?

$$A \cup C = B \cup C$$

- ① 4 ② 8 ③ 16
 ④ 32 ⑤ 64

44. 이차함수 $f(x) = ax^2 + c$ 에 대하여 $|x| \leq 1$ 이면 $|f(x)| \leq 2$ 일 때, a 의 최댓값은?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
- ④ 4 ⑤ 8

45. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$\sum_{k=1}^{12} a_k = 100$ 과 $\sum_{k=1}^{12} \frac{1}{a_k} = 10$ 을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{12} \log a_k$

의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

46. 다음을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값은?

$a_1 = 0, n^2 a_{n+1} = (n+1)^2 a_n + 2n + 1$
($n = 1, 2, 3, \dots$)

- ① 399 ② 400 ③ 401
- ④ 402 ⑤ 403

47. 양의 실수의 집합에서 연산 $*$ 를

$a * b = -\log_2 a 2^{-b}$

로 정의할 때, 다음 중 가장 큰 수는?

- ① $1 * 1$ ② $1 * 2$ ③ $2 * 1$
- ④ $1 * 3$ ⑤ $3 * 1$

48. $f(x) = \sqrt{2x-1-2\sqrt{x^2-x}}$ 일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

49. 두 조건

$p : |x-a|+|y-b| < 3, q : x^2+y^2 < 16$
에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는
두 정수 a 와 b 의 순서쌍 (a, b) 의 개수는?

- ① 5 ② 6 ③ 7
④ 8 ⑤ 무수히 많다

50. 함수 $f(x)$ 는 정의역이 실수 전체의 집합인 함수
이다. <보기>에서 함수 $y=F(x)$ 의 그래프가 y 축
에 대하여 대칭인 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $F(x) = f(x) + f(-x)$
 ㄴ. $F(x) = |f(x) - f(-x)|$
 ㄷ. $F(x) = f(x)f(-x)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

51. 다음을 만족시키는 집합 A 와 B 의 순서쌍
 (A, B) 의 개수는?

< 다 음 >

(i) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 (ii) $n(A) = n(B) = 5$

- ① 560 ② 588 ③ 616
④ 644 ⑤ 672

52. 넓이가 363인 정삼각형 ABC에서 선분 BC의
중점을 P_0 라 하고, 선분 P_0A 를 121등분한 점과 끝
점을 P_0 로부터 차례로

$$P_0, P_1, P_2, \dots, P_{120}, P_{121} = A$$

라 하자. 점 $P_k (k=1, 2, 3, \dots, 120)$ 를 지나고 직선
 P_0A 에 수직인 직선이 선분 AB와 만나는 점을 B_k
라 하고, 선분 AC와 만나는 점을 C_k 라 하자. 삼각
형 $P_{k-1}B_kC_k (k=1, 2, 3, \dots, 120)$ 의 넓이를 a_k 라 할
때, $\sum_{k=1}^{120} a_k$ 의 값은?

- ① 177 ② 178 ③ 179
④ 180 ⑤ 181

53. $0 \leq x \leq 1$ 인 임의의 실수 x 에 대하여
 $2f(x) + 3f(\sqrt{1-x^2}) = x$ 일 때, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{-2-6\sqrt{2}}{15}$
② $\frac{-2-3\sqrt{2}}{15}$
③ $\frac{-2+3\sqrt{2}}{15}$
④ $\frac{2-3\sqrt{2}}{15}$
⑤ $\frac{-2+6\sqrt{2}}{15}$

54. 양의 실수 x 에 대하여 $x - [x]$, $[x]$, x 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, $x - [x]$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $\frac{-1 + \sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{-1 + \sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{-1 + \sqrt{6}}{2}$

55. 세 양수 a, b, c 에 대하여

$$a + b + c = \frac{8}{3}, \quad \frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{4}$$

일 때, $\frac{a + \frac{1}{3}}{b+c} + \frac{b + \frac{1}{3}}{c+a} + \frac{c + \frac{1}{3}}{a+b}$ 의 값은?

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$
- ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

56. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 정의된 함수 $f : X \rightarrow X$ 중 $f(1) = 2, f(f(1)) = 3, f(f(2)) = 1$ 을 만족하는 모든 함수를 f_1, f_2, \dots, f_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^n f_k(3)f_k(4)f_k(5)$ 의 값은?

- ① 75 ② 100 ③ 175
- ④ 225 ⑤ 250

57. $\sum_{k=1}^{18} k 2^k = 2^p + 2^q + 2^r$ 일 때, $p+q+r$ 의 값은?

(단, p, q, r 은 서로 다른 자연수이다.)

- ① 35 ② 37 ③ 39
- ④ 41 ⑤ 43

58. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ 가 다음 세 조건을 만족할 때, $f(5)$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 0 이 아닌 실수이고, $ad-bc \neq 0$ 이다.)

< 조건 >

(가) $f(1) = 1$
 (나) $f(7) = 7$
 (다) $x \neq -\frac{d}{c}$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $f(f(x)) = x$

- ① 13 ② 14 ③ 15
 ④ 16 ⑤ 17

59. 삼각형 T_n 의 넓이가 $a_n = -n^2 + 24n + 20$ 일 때, a_1, a_2, \dots, a_m 중에서 최대값과 최소값의 합은?
 (단, $n = 1, 2, \dots, m$ 이고 $a_m a_{m+1} < 0$)

- ① 149 ② 159 ③ 164
 ④ 184 ⑤ 207

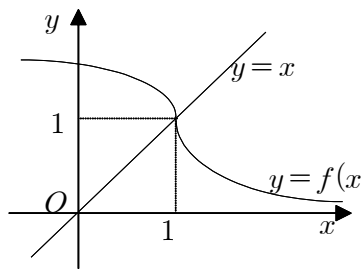
60. 양수 x, y 가 $x^2 + y^2 = 6xy$ 를 만족시킬 때, $\left| \frac{x-y}{x+y} \right|$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② 1 ③ $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 ④ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ⑤ $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

61. n 이 정수일 때, $\left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{n}}$ 이 나타낼 수 있는 모든 자연수의 합은?

- ① 63 ② 73 ③ 83
 ④ 93 ⑤ 103

62. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 $y=x$ 의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. $0 < a < b < 1$ 일 때, 다음 [보기] 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f \circ g$ 는 함수 f 와 함수 g 의 합성함수이고 f^{-1} 는 함수 f 의 역함수이다.)



- < 보기 >
- ㄱ. $f(a) < (f \circ f)(a)$
 - ㄴ. $(f \circ f)(a) < (f \circ f)(b)$
 - ㄷ. $f^{-1}(a) < f^{-1}(b)$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
- ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

63. 실수 x, y 가 1보다 클 때, $\frac{\log_x 2 + \log_y 2}{\log_{xy} 2}$ 의 최소값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

64. 함수 $y=f(x)$ 의 정의역 D 는 $D = \left\{ \frac{n}{2} \mid n=0, 1, 2, \dots \right\}$ 이고, D 에 속하고 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 모든 x 에 대하여

$$f(x) - f(x-1) = 2x - 1$$

을 만족한다. $f(0) = -1, f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ 일 때,

$$\sum_{n=0}^{10} \left\{ f\left(n + \frac{1}{2}\right) - f(n) \right\} \text{의 값은?}$$

- ① 50 ② 54 ③ 58
- ④ 62 ⑤ 66

65. 양수 x, y, z 가 $x+y+z=1$ 을 만족시킬 때, $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} + \frac{9}{z}$ 의 최소값은?

- ① 36 ② 38 ③ 40
- ④ 42 ⑤ 44

66. 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 은 $n \geq 2$ 일 때, $a_n = 2a_{n-1} + b_{n-1}$ 과 $b_n = -3a_{n-1} - b_{n-1}$ 을 만족하고 $a_1 = b_1 = 1$ 이다. $a_{100} + b_{100}$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0
 ④ 1 ⑤ 2

67. $a_n = \left\lfloor \frac{n^2}{104} \right\rfloor$ 일 때, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{103}$ 중에 서로 다른 값의 개수는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대정수이다.)

- ① 70 ② 72 ③ 74
 ④ 76 ⑤ 78

68. 정확히 10년 전(120개월 전) A씨는 집을 사면서 집값의 일부를 빌려, 20년 간 매달 월이율 r (연이율 $1200r\%$)의 월 복리로 계산하여 돈을 빌린 지 한 달 후부터 매달 일정 금액 P 만큼씩 240회로 나누어 원금과 이자를 갚되 중도에 일시 상환할 경우에는 일시 상환 금액의 2%를 수수료로 추가 지불하기로 하였다. 그런데 A씨는 오늘 오전 120회째 상환금 P 를 납부한 직후 B씨에게 집을 팔면서 다음 달 상환금부터는 B씨가 지불하기로 하고 상환 통장을 B씨에게 넘겨주었다. 한편, B씨는 집을 산 그날 오후 마음이 변하여, 남은 10년간의 상환액을 일시 상환하고자 한다. B씨가 오늘 수수료와 함께 납부해야 할 금액을 P 와 r 를 이용하여 나타낸 것은?

- ① $1.02P(1+r)[(1+r)^{120} - 1]$
 ② $1.02P(1+r)[1 - (1+r)^{-120}]$
 ③ $\frac{1.02P}{r}[(1+r)^{120} - 1]$
 ④ $\frac{1.02P}{r}[1 - (1+r)^{-120}]$
 ⑤ $\frac{1.02P}{1+r}[(1+r)^{120} - 1]$

69. 다음 보기 중에서 참인 것을 고르시오.(단, a, b 는 실수)

< 보기 >

가. $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
 나. $|a| + |b| > |a+b|$ 이면 $ab \neq 0$ 이다.
 다. a, b 가 모두 양수이고 $ax + by > 0$ 이면
 $x > 0$ 또는
 $y > 0$ 이다.

- ① 가 ② 다 ③ 가, 다
 ④ 나, 다 ⑤ 가, 나, 다

70. $a = 2^{\sqrt{2}}$ 일 때 다음 중 옳은 것은?

< 보기 >

가. $a^{\sqrt{2}} = 4$
 나. $a < 3$
 다. $\frac{5}{2} < a$

- ① 가 ② 나 ③ 가, 나
 ④ 나, 다 ⑤ 가, 나, 다

71. 두 실수 a, b 에 대하여 $(a^2 + 9)(b^2 + 4) = 144$ 를 만족할 때, ab 의 최대값은?

- ① 9 ② 8 ③ 7
 ④ 6 ⑤ 5

72. 양수 x, y 가 $x + y = 5$ 를 만족할 때 $\sqrt{11-2x} + \sqrt{7-2y}$ 의 최대값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

73. 수열 $\{a_n\}$ 은 $\sum_{k=1}^n a_k = n^3$ 을 만족할 때 $\sum_{k=1}^{100} a_{2k}$ 의 값을 99 로 나눈 나머지는?

- ① 7 ② 19 ③ 37
 ④ 63 ⑤ 87

74. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} 4^x = 2^{x+3} - 2^{y+1} \\ 4^y = 2^{y+3} - 2^{x+1} \end{cases}$ 의 모든 해가 $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n)$ 일 때 $\left[\sum_{k=1}^n a_k \right]$ 의 값은?
 (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대정수이다.)

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

75. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2)f(2-x) + (2x+1)f(2+x) = 1$ 을 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{5}$
 ④ $\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

76. $a_n = \left[\frac{n^2}{11} \right]$ 일 때, $\sum_{k=1}^{2004} a_k$ 의 값을 11 로 나눈 나머지는? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대정수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10

77. $a_1 = \frac{1}{4}$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{3-2a_n}$ ($n=1,2,3,\dots$)인 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_k < 9^{-100}$ 을 만족시키는 k 의 최소값은?

- ① 48 ② 112 ③ 200
- ④ 300 ⑤ 366

78. 자연수의 집합에서 정의된 함수 f 가 다음 조건을 만족한다.

$$f(1) = 1, f(1) + f(2) + \dots + f(n) = n^2 \cdot f(n)$$

이 때, $f(2003)$ 을 구하면?

- ① $\frac{1}{2003}$
- ② $\frac{3}{2005}$
- ③ $\frac{1}{2003 \cdot 1003}$
- ④ $\frac{1}{1002 \cdot 2003}$
- ⑤ $\frac{1}{1002 \cdot 2005}$

79. 집합 $S = \{0, 1, 2, \dots\}$ 에서 정의된 함수 $f : S \rightarrow S$ 가 S 의 모든 원소 m, n 에 대하여 다음을 만족시킨다.

$$f(m+f(n)) = f(f(m))+f(n)$$

다음 중 참인 것을 모두 고르면?

< 보기 >

가. $f(0) = 0$
 나. $f(m+f(n)) = f(m)+f(n)$
 다. $f(f(n)) = f(n)$ (m, n 은 집합 S 의 임의의 원소)

- ① 가 ② 가, 나 ③ 가, 다
- ④ 나, 다 ⑤ 가, 나, 다

80. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 가 점(2, 1)에 대하여 대칭이고 점(3, 3)을 지난다. 폐구간 $[-1, 1]$ 에서 이 함수의 최대값을 M , 최소값을 m 이라 하면 $3M-m$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

-선생님 연락-

HP 010 9645 5800

카톡 아이디 Gojw

이메일 gjwmtr@gmail.com

- 1) ④
- 2) ④
- 3) ②
- 4) ①
- 5) ①
- 6) 150
- 7) 120
- 8) ③
- 9) 48
- 10) 45

- 11) ⑤
- 12) ③
- 13) ②
- 14) ④
- 15) ①
- 16) ③
- 17) ④
- 18) ①
- 19) ⑤
- 20) ⑤

- 21) ③
- 22) ④
- 23) ④
- 24) ②
- 25) ⑤
- 26) ①
- 27) ③
- 28) ⑤
- 29) ④
- 30) ①

- 31) ⑤
- 32) ③
- 33) ③
- 34) ②
- 35) ③
- 36) ③
- 37) ①
- 38) ①
- 39) ③
- 40) ⑤

- 41) ②
- 42) ③
- 43) ②
- 44) ④
- 45) ③
- 46) ①
- 47) ④
- 48) ②
- 49) ①
- 50) ⑤

- 51) ①
- 52) ④
- 53) ⑤
- 54) ④
- 55) ②
- 56) ④
- 57) ⑤
- 58) ①
- 59) ④
- 60) ③

- 61) ④
- 62) ②
- 63) ④
- 64) ⑤
- 65) ④
- 66) ①
- 67) ⑤
- 68) ④
- 69) ④
- 70) ⑤

- 71) ④
- 72) ②
- 73) ②
- 74) ③
- 75) ②
- 76) ①
- 77) ③
- 78) ④
- 79) ⑤
- 80) ②