

고지우의 **난문현답**

제 16 일

1. 2017년 수능
2. 2016년 사관학교
3. 2013년 7월 교육청
4. 2011년 4월 교육청
5. 2012년 9월 평가원
6. 2014년 4월 교육청
7. 2009년 6월 평가원
8. 2009년 4월 교육청
9. 2013년 경찰대
10. 2006년 사관학교

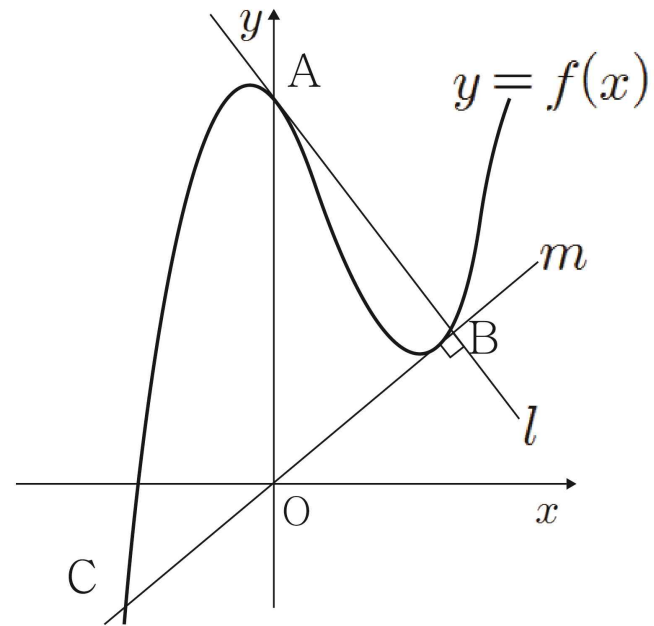
1. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - (x-a)}{f(x) + (x-a)} = \frac{3}{5}$$

을 만족시킨다. 방정식 $f(x)=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

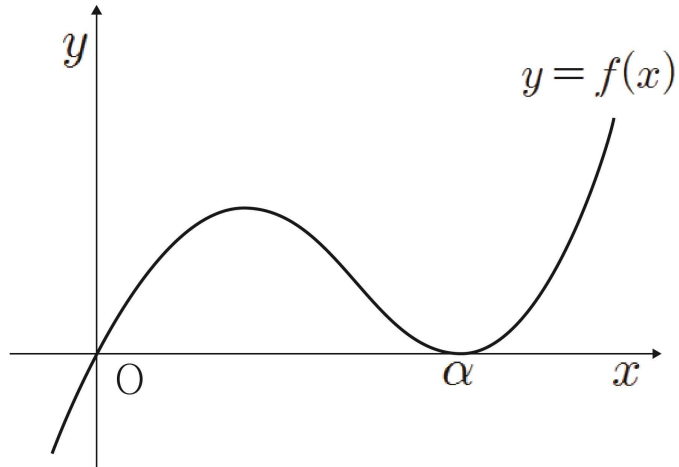
- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5

2. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 가 y 축과 만나는 점을 A라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선을 l 이라 할 때, 직선 l 이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중에서 A가 아닌 점을 B라 하자. 또, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 B에서의 접선을 m 이라 할 때, 직선 m 이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중에서 B가 아닌 점을 C라 하자 두 직선 l, m 이 서로 수직이고, 직선 m 의 방정식이 $y=x$ 일 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 C에서의 접선의 기울기는?
 (단, $f(0) > 0$ 이다.)



- ① 8 ② 9 ③ 10
 ④ 11 ⑤ 12

3. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 $f(0)=0$, $f(\alpha)=0$, $f'(\alpha)=0$ 이고 함수 $g(x)$ 가 다음 두 조건을 만족시킬 때, $g\left(\frac{\alpha}{3}\right)$ 의 값은? (단, α 는 양수이다.)



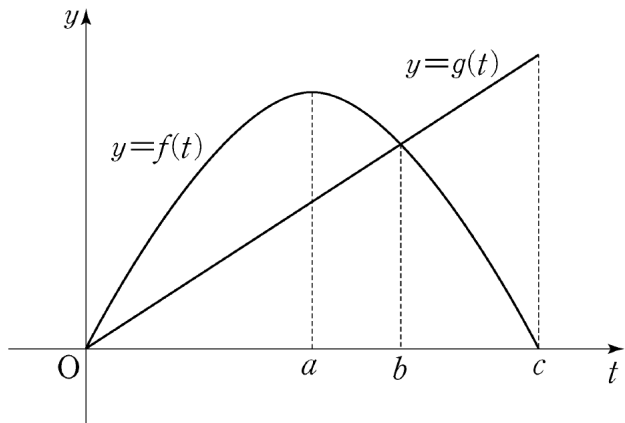
(가) $g'(x) = f(x) + xf'(x)$

(나) $g(x)$ 의 극댓값이 81이고 극솟값이 0이다.

- ① 56 ② 58 ③ 660
 ④ 62 ⑤ 64

4. x 에 대한 방정식 $\int_0^x |t-1|dt = x$ 의 양수인 실근이 $m+n\sqrt{2}$ 일 때, m^3+n^3 의 값을 구하시오. (단, m, n 은 유리수이다.)

5. 같은 높이의 지면에서 동시에 출발하여 지면과 수직인 방향으로 올라가는 두 물체 A, B가 있다. 그림은 시각 $t(0 \leq t \leq c)$ 에서의 물체 A의 속도 $f(t)$ 와 물체 B의 속도 $g(t)$ 를 나타낸 것이다.



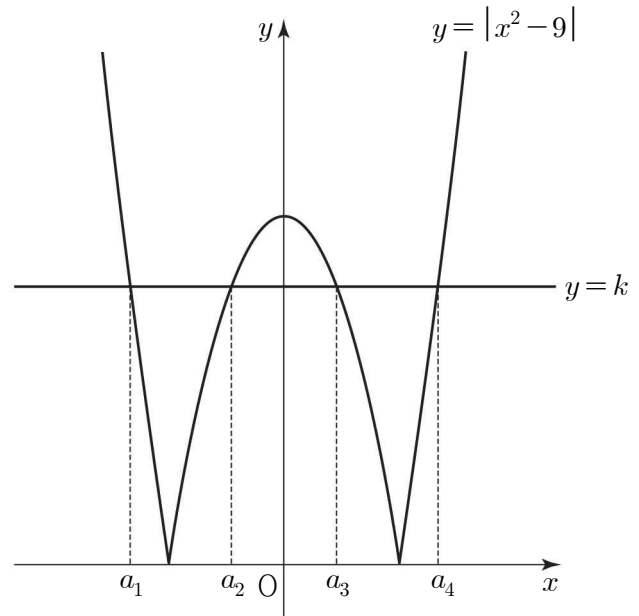
$\int_0^c f(t)dt = \int_0^c g(t)dt$ 이고 $0 \leq t \leq c$ 일 때, 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?

- ㄱ. $t=a$ 일 때, 물체 A는 물체 B보다 높은 위치에 있다.
- ㄴ. $t=b$ 일 때, 물체 A와 물체 B의 높이의 차가 최대이다.
- ㄷ. $t=c$ 일 때, 물체 A와 물체 B는 같은 높이에 있다.

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

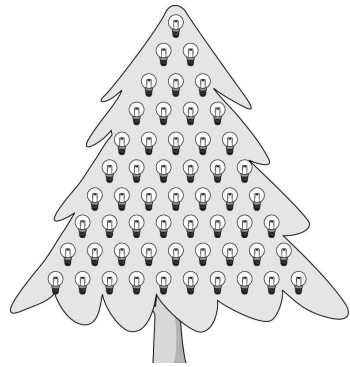
6. 다음 그림과 같이 함수 $y = |x^2 - 9|$ 의 그래프가 직선 $y = k$ 와 서로 다른 네 점에서 만날 때, 네 점의 x 좌표를 각각 a_1, a_2, a_3, a_4 라 하자.

네 수 a_1, a_2, a_3, a_4 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값은? (단, $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$)



- ① $\frac{34}{5}$ ② 7 ③ $\frac{36}{5}$
- ④ $\frac{37}{5}$ ⑤ $\frac{38}{5}$

7. 오른쪽 그림과 같이 나무에 55개의 전구가 맨 위 첫 번째 줄에는 1개, 두 번째 줄에는 2개, 세 번째 줄에는 3개, ..., 열 번째 줄에는 10개가 설치되어 있다. 전원을 넣으면 이 전구들은 다음 규칙에 따라 작동한다.



- (가) n 이 10이하의 자연수일 때, n 번째 줄에 있는 전구는 n 초가 되는 순간 처음 켜진다.
 (나) 모든 전구는 처음 켜진 후 1초 간격으로 꺼짐과 켜짐을 반복한다.

전원을 넣고 n 초가 되는 순간 켜지는 모든 전구의 개수를 a_n 이라고 하자. 예를 들어 $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, $a_4 = 6$, $a_{11} = 25$ 이다.

$\sum_{n=1}^{14} a_n$ 의 값은?

- ① 215 ② 220 ③ 225
 ④ 230 ⑤ 235

8. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 일대일 대응을 f 라 할 때, $|f(1) - f(2)| = 1$ 또는 $|f(2) - f(3)| = 1$ 을 만족하는 f 의 개수는?

- ① 48 ② 56 ③ 64
 ④ 78 ⑤ 84

9. 다음 다항식에서 x^{22} 의 계수는?

$$(x+1)^{24} + x(x+1)^{23} + x^2(x+1)^{22} + \dots + x^{22}(x+1)^2$$

- ① 1520 ② 1760 ③ 2020
④ 2240 ⑤ 2300

10. 사건 A가 1회의 시행에서 일어날 확률이 p 일 때, n 회의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 X 의 평균이 80이고 분산이 64라 할 때,

$\sum_{r=0}^n 5^r P(X=r)$ 의 값은?

- ① $\left(\frac{9}{5}\right)^{400}$ ② $\left(\frac{7}{5}\right)^{450}$ ③ $\left(\frac{9}{5}\right)^{399}$
④ 2^{399} ⑤ 2^{400}

16일차 과제

1. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오.

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$
 (나) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^2}{2x} = 1$

2. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 $(x-2)f(x) = x^3 - 8$ 을 만족시킨다. $f(2)$ 의 값을 구하시오.

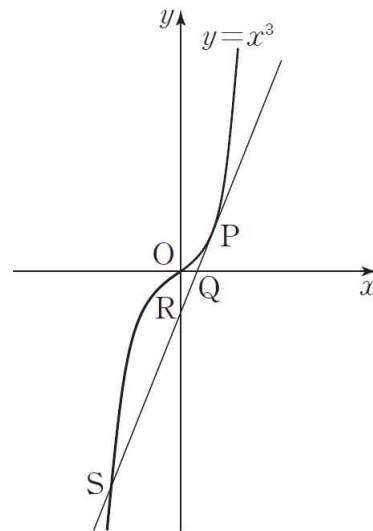
3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된

연속인 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = \begin{cases} \frac{xf(x)+2}{x^2} - 1 & (0 < x < 1, x > 1) \\ k & (x = 1) \end{cases}$ 로

정의하자. $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 1$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$
- ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -1

4. 곡선 $y = x^3$ 위의 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 Q, R라 하고 이 접선이 곡선과 만나는 또 다른 한 점을 S라 하자. $\frac{\overline{QR} \times \overline{RS}}{\overline{PQ}^2}$ 의 값을 구하시오.



16일차 과제

5. 함수 $f(x) = a^2x^3 - 9ax^2 + 48$ 에 대하여 $f'(1) = f(0)$ 을 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오.

6. 곡선 $y = x^4 (x > 0)$ 위의 점 $P(a, b)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하고 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하자. 삼각형 PQH 의 넓이가 4일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.

7. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^3 - 3x & (x < 2) \\ -x + 4 & (x \geq 2) \end{cases}$ 의 모든 극값의 합은?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10

8. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \int_0^x (t-1)(t-2)dt$$

를 만족시킬 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값은?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

16일차 과제

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = x^3 - 2x^2 + a$$

를 만족시킬 때, $f'(a)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다)

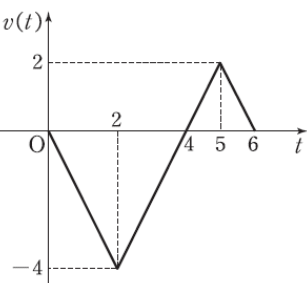
11. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 5, a_5 - a_3 = 8$$

일 때, a_7 의 값은?

- ① 27 ② 29 ③ 31
 ④ 33 ⑤ 35

10. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($0 \leq t \leq 6$)에서의 속도 $v(t)$ 의 그래프가 그림과 같다. 점 P 가 원점으로부터 가장 멀리 떨어져 있을 때, 원점과 점 P 사이의 거리는?



- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2a_{n+1} = a_{n+2} + a_n$$

을 만족시킨다. $a_1 = -3, a_3 = 5$ 일 때, $a_k = 85$ 를 만족시키는 k 의 값은?

- ① 19 ② 21 ③ 23
 ④ 25 ⑤ 27

16일차 과제

13. -2와 58 사이에 n 개의 정수를 넣어 만든 등차수열
 $-2, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, 58$
 의 공차가 소수일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ 의 최솟값을 구하시오.

14. 자연수 n 에 대하여 다항식 $f(x) = x^2 - 2x + 5$ 를 $x - n$ 으로
 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{10} (9k^2 - a_{3k})$ 의 값은?

- ① 260 ② 280 ③ 300
 ④ 320 ⑤ 340

15. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는
 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는?

$$f(1) \times f(2) \times f(3) \times f(4) \times f(5) = 4$$

- ① 11 ② 12 ③ 13
 ④ 14 ⑤ 15

16. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시
 키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수는?

- (가) $f(4)$ 는 홀수이다.
 (나) $x < 4$ 이면 $f(x) \leq f(4)$ 이다.
 (다) $x > 4$ 이면 $f(x) > f(4)$ 이다.

- ① 388 ② 393 ③ 398
 ④ 403 ⑤ 408

16일차 과제

17. $f(x-1) = 1 + x + x^2 + \dots + x^{10}$ 에 대하여
 $f(t) = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_{10}t^{10}$ ($a_0, a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 은 상수)일 때,
 a_7 의 값은?

- ① 159 ② 161 ③ 163
④ 165 ⑤ 167

18. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^4 + \left(x - \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

- ① -10 ② -8 ③ -6
④ -4 ⑤ -2

19. 자연수 n 에 대하여 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$ 을 따르는 확률변수
 X 가 $P(X=1) = 12P(X=n)$ 을 만족시킬 때, $E(X) + V(X)$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
④ 12 ⑤ 13

20. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수 중 작지 않은 수를 확률변수 X 라 하자. $E(36X)$ 의 값을 구하시오.