

3일차 과제

1. 상수함수가 아닌 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - 2g(x)\}$ 가 존재할 때,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3f(x) + 2g(x) + 1}{f(x) + 2g(x) + 3}$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

$\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - 2g(x)\} = \alpha$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \pm \infty$ or
 $\therefore \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 2g(x)}{f(x)} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(x)}{f(x)} = \frac{1}{2}$

$(\text{준A}) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3f + 2g + 1}{f + 2g + 3} \times \frac{1}{f}$
 $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + 2 \cdot \frac{g(x)}{f(x)} + \frac{1}{f(x)}}{1 + 2 \cdot \frac{g(x)}{f(x)} + \frac{3}{f(x)}} = \frac{3 + 1 + 0}{1 + 1 + 0}$

∴ ②

2. 함수 $f(x) = \frac{|x(x+2)|}{x(x+1)}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -2+0} f(x) + \lim_{x \rightarrow +0} f(x)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{-x(x+2)}{x(x+1)} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x(x+2)}{x(x+1)} = 2$

∴ ②

3. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 2}{x - 1} = 3$

일 때, $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\{f(-x)\}^2 - 4}{x^2 - 1}$ 의 값은?

- ① -10 ② -8 ③ -6
- ④ -4 ⑤ -2

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 2}{x - 1} = 3 \Rightarrow f(1) = -2$
 $f'(1) = 3$

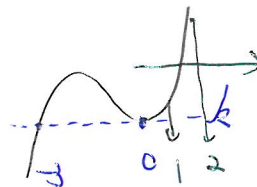
$-x = t$ 치환.

$\lim_{t \rightarrow 1} \frac{\{f(t)\}^2 - 4}{t^2 - 1} = \lim_{t \rightarrow 1} \frac{f(t) + 2}{t - 1} \times \frac{f(t) - 2}{t + 1}$
 $= 3 \times (-2)$

∴ ③

4. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + k$ 는 임의의 두 양수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$ 를 만족시킨다. 방정식 $f(x) = 0$ 이 열린 구간 (1, 2)에서 하나의 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하시오.

graph 보자 ~



$f(1) = 4 + k < 0$

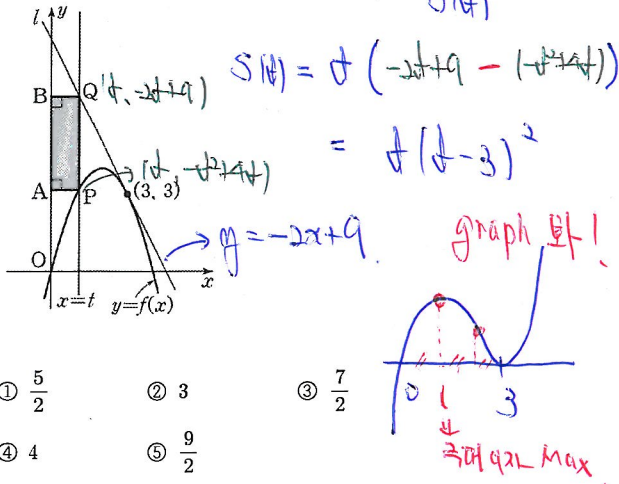
$f(2) = 20 + k > 0$

$-20 < k < -4$

∴ 15개

3일차 과제

5. 함수 $f(x) = -x^2 + 4x$ 의 그래프 위의 점 $(3, 3)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 직선 $x=t (0 < t < 2)$ 를 그어 곡선 $y=f(x)$, 접선 l 과 만나는 점을 각각 P, Q라 하고 두 점 P, Q에서 y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 직사각형 APQB의 넓이의 최댓값은?



- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$
- ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

④

6. $-2 \leq t \leq 1$ 인 실수 t 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 A $(t+2, t-2)$, B $(2-t, 2t^2+t+2)$ 가 있다. 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, OM^2 의 최솟값은? (단, O는 원점이다.)

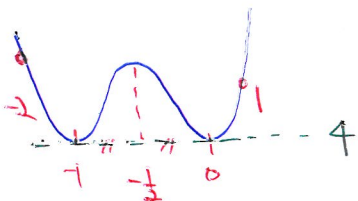
- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

$M(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}t^2 + t)$

$OM^2 = 4 + (\frac{1}{2}t^2 + t)^2$

$= \frac{1}{4}(t^2 + 2t + 4)^2 + 4$

그래프, 그래프 !!!



$t = -1.0$ 극소, 극대는
자형!

②

7. 지면으로부터 높이가 25m인 지점에서 20m/초의 속도로 지면과 수직으로 위로 던져 올린 물체의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 높이 $h(t)(m)$ 는

$h(t) = -5t^2 + 20t + 25$

이다. 지면에 도달하는 순간 물체의 속도는?

- ① -20m/초 ② -25m/초 ③ -30m/초
- ④ -35m/초 ⑤ -40m/초

$h(t) = -5t^2 + 20t + 25 = 0$

$t = 5, -1$

$v(t) = -10t + 20$

$v(5) = -30$

③

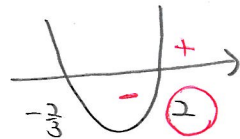
8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $f(t)$ 가

$f(t) = t^3 - 2t^2 - 4t$

이다. $t > 0$ 에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때의 가속도는?

- ① 2 ② 4 ③ 6
- ④ 8 ⑤ 10

$v(t) = 3t^2 - 4t - 4$



운동 방향이 바뀐다.

$a(t) = 6t - 4$

④

3일차 과제

9. 삼차함수 $f(x) = x(x-2)(x-a)$ 에 대하여

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_a^2 f(x) dx$$

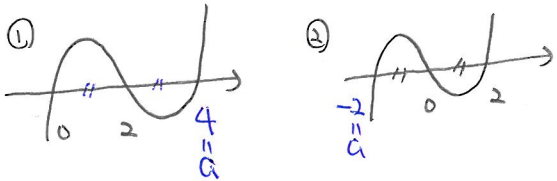
를 만족시키는 서로 다른 모든 상수 a 의 값의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3
- ④ 4 ⑤ 5

야야 계산하면 틀려 $\pi\pi$.

$$\int_0^2 f(x) dx = \int_0^a f(x) dx + \int_a^2 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx$$

$$\therefore \int_0^a f(x) dx = 0 \text{ . } \text{그래프!}$$



10. 삼차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 도함수 $f'(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) = f'(-x)$ 이다.
- (나) $\int_{-1}^1 f(x) dx = 6$

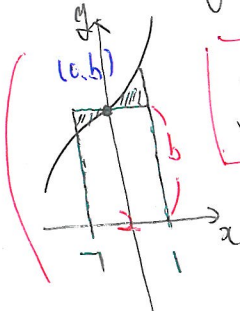
$f'(1) = 8$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11
- ④ 12 ⑤ 13

(가)에서 $f'(x)$ 는 $x=0$ 대칭 $\Rightarrow f(x)$ 는 $(0, b)$ 대칭

$f(x)$ 는 (a, b) 대칭 이면 $f'(x)$ 는 $x=a$ 대칭

속린 graph로 하자 ~ ~



$$\int_{-1}^1 f(x) dx = 2b = 6 \therefore b = 3$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + 3$$

가치를 평행타원시켜라

$$f'(x) = 3x^2 + a, \quad 3+a=8$$

$$f(x) = x^3 + 5x + 3$$

\therefore ①

11. 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 각각 S_n, T_n 이라 할 때, $a_{10} + b_{10} = 42, S_{10} + T_{10} = 160$ 이다. 이때 $a_1 + b_1$ 의 값을 구하여라.

$$(a_1 + \dots + a_{10}) + (b_1 + \dots + b_{10}) = 160$$

$$\frac{a_1 + a_{10} + b_1 + b_{10}}{2} \times 10 = 160$$

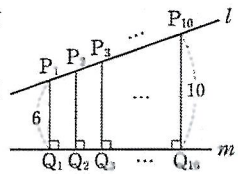
$$\therefore a_1 + b_1 = -10$$

12. 오른쪽 그림과 같이 직선 l 위에

은 간격으로 10개의 점 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{10}$ 을 잡고, 각 점에서 직선 m 에 내린 수선의 발을 차례로 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_{10}$ 이라 하자. $P_1Q_1 = 6, P_{10}Q_{10} = 10$ 일 때,

$\overline{P_2Q_2} + \overline{P_3Q_3} + \overline{P_4Q_4} + \dots + \overline{P_9Q_9}$ 의 값은?

- ① 60 ② 61 ③ 62
- ④ 63 ⑤ 64



직선 \rightarrow |차식 \rightarrow 등차수열

$$\overline{P_nQ_n} = d_n$$

$$d_2 + \dots + d_9 = 8 \times (\text{center})$$

$$= 8 \times \frac{6+10}{2}$$

\therefore ⑤

3일차 과제

13. $3^x = 4^y = 12^z$ 일 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}$ 의 값을 구하여라.
(단, $xyz \neq 0$)

$$3 = 4^{\frac{1}{x}}$$

$$4 = 4^{\frac{1}{y}}$$

$$12 = 4^{\frac{1}{z}}$$

$$4^{\frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z}} = \frac{3 \times 4}{12} = 1$$

$\therefore 0$

14. 양수 a, b 에 대하여 $a^m = b^n = 5$ 일 때, $\log_{ab} b^2$ 을 m, n 으로 나타내면? (단, $a \neq 1, b \neq 1, ab \neq 1$)

- ① $\frac{2m}{m+n}$ ② $\frac{2n}{m+n}$ ③ $\frac{mn}{m+n}$
- ④ $\frac{2mn}{m+n}$ ⑤ $\frac{m-n}{m+n}$

$$\log_a 5 = m, \log_b 5 = n$$

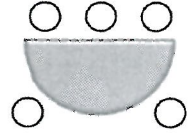
$$\log_{ab} b^2 = \frac{\log_a b^2}{\log_a a + \log_a b}$$

$$= \frac{2 \log_a b}{1 + \log_a b} = \frac{2 \cdot \frac{1}{n}}{1 + \frac{1}{m}}$$

$$= \frac{2m}{m+n}$$

$\therefore ①$

15. 오른쪽 그림과 같은 탁자에 5명이 둘러앉는 방법의 수를 구하여라.



맨 좌측에 누가? 5

$$5 \times 4!$$

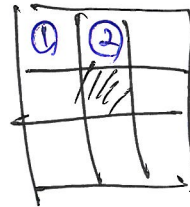
1명만 앉아도 possible 계산

$$\therefore 120$$

16. 오른쪽 그림과 같이 정사각형을 9등분한 도형의 각 영역을 서로 다른 9가지 색을 모두 이용하여 칠하는 방법의 수는 $k \times 7!$ 이다. 이때 상수 k 의 값을 구하여라.



정사각형 = 9가지



그 많은 ① or ② 라서
2가지

$$9 \times 2 \times 7!$$

$$\therefore 18$$